36

DER PRAKTISCHE FUNKAMATEUR



Karl-Heinz Schubert

Elektrotechnische Grundlagen
Teil I: Gleichstromtechnik

Der praktische Funkamateur · Band 36

Elektrotechnische Grundlagen

Teil I: Gleichstromtechnik

Karl-Heinz Schubert

Elektrotechnische Grundlagen

Teil I: Gleichstromtechnik



Deutscher Militärverlag

Redaktionsschluß: 21. Dezember 1962

1.—15. Tausend

Deutscher Militärverlag · Berlin 1963

Lizenz-Nr. 5

Zeichnungen: Brigitta Westphal

Lektor: Sonja Topolov

Vorauskorrektor: Elfriede Sell, Korrektor: Reinhold Herrmann

Hersteller: Jürgen Hecht

Gesamtherstellung: Druckerei Sächsische Zeitung, Dresden III/9/1 14306

Preis: 1,90 DM

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Um die speziellen Probleme der Nachrichtentechnik verstehen zu können, muß der junge Nachrichtensportler zuerst die Grundlagen der allgemeinen Elektrotechnik sicher beherrschen. Es reicht nicht mehr aus, Nur-Bastler oder oberflächlich Informierter zu sein, den Menschen unseres Zeitalters kennzeichnet umfangreiches Wissen. Zwar gibt es dafür eine ganze Anzahl guter elektrotechnischer Lehrbücher, aber meist sind diese zu umfangreich, um während der Ausbildungszeit durchgearbeitet zu werden.
Der Autor übernahm es daher gern, eine kurzgefaßte Einführung in die Elektrotechnik zu schreiben mit dem Ziel, dem jungen Nachrichtensportler das tiefere Eindringen in elektrotechnische Probleme zu erleichtern. Der Stoff wurde aufgeteilt. Die erste Broschüre befaßt sich mit der Gleichstromtechnik; die zweite wird die Anwendung des magnetischen Feldes und die Wechselstromtechnik behandeln.
Zum besseren Verständnis des Stoffes enthält diese Broschüre 74 durchgerechnete Beispiele.

Neuenhagen bei Berlin, im November 1962

Karl-Heinz Schubert

1. ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

1.1 Atome — Elektronen — Ionen

Wenn durch einen Kupferdraht ein elektrischer Strom fließt, so bewegen sich durch ihn kleinste Elementarteilchen mit negativer Ladung. Diese Elementarteilchen nennt man **Elektronen.** Jedes Elektron besitzt eine bestimmte Masse und braucht für seine Bewegung Raum. Wir zählen die Elektronen zu den „Bausteinen" der Materie. Die Ladung eines einzelnen Elektrons bezeichnet man als „Elementarladung" e. Die Elementarladung hat die Größe

$$e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{As},$$

die Masse m des Elektrons beträgt

$$m = 9{,}1 \cdot 10^{-28}\ \mathrm{g}.$$

Elektronen treten entweder im Atomgefüge der Materie oder als freie Elektronen, als sogenannte Leitungselektronen auf. Der wichtigste Baustein der Materie ist das Atom. Es bestimmt als kleinstes, chemisch einheitliches Teilchen eines Grundstoffes (Elementes) die stofflichen Eigenschaften der Materie. Das Atom besteht aus dem Atomkern und der Elektronenhülle. Die Elektronenhülle enthält die Bahnen, auf denen die Elektronen den Atomkern umkreisen. Da das Atom elektrisch neutral ist, die Elektronen aber, elektrisch gesehen, negativ sind, muß der Atomkern eine positive Ladung aufweisen. Das ist tatsächlich der Fall; der Atomkern enthält Protonen, die eine positive Ladung gleich der Elementarladung des Elektrons aufweisen. Zwischen ungleichartigen Ladungen tritt Anziehung auf. Da in einem Atom die Anzahl der Elektronen und der Protonen gleich ist, verhalten sich Atome elektrisch neutral.
Bild 1 zeigt den Atomaufbau des Wasserstoffs und den des Natriums. Beim Wasserstoff umkreist 1 Elektron den Atom-

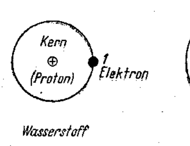


Bild 1
Prinzipielle Darstellung des Atomaufbaus von Wasserstoff und Natrium

kern; beim Natrium sind es schon 11 Elektronen. Den Atomkern der schweren Metalle umkreisen noch mehr Elektronen auf weiter außenliegenden Bahnen. Jetzt bekommen wir auch die Erklärung dafür, woher die freien Leitungselektronen stammen. Die auf den äußersten Bahnen kreisenden Elektronen werden vom positiven Atomkern nur sehr locker gehalten. Durch die Kraftwirkung benachbarter Atome werden so plazierte Elektronen leicht aus ihrem Atomverband gelöst und bewegen sich nun in unregelmäßiger, fortwährender Folge von Atom zu Atom.

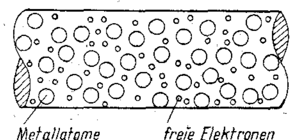


Bild 2
Prinzipieller Aufbau eines metallischen Leiters. Unter dem Einfluß einer Gleichspannung bewegen sich die freien Elektronen in einer Richtung durch das Atomgitter des Leiters

Bild 2 zeigt den Aufbau eines Kupferleiters mit den freien Elektronen. Werden diese freien Elektronen durch irgendwelche Kräfte in eine bestimmte Richtung gelenkt, so entsteht der **elektrische Strom.** Die Gesetzmäßigkeiten, denen der elektrische Strom unterworfen ist, wollen wir in den nächsten Kapiteln behandeln.

Neben den elektrisch neutralen Atomen gibt es noch Atomgruppen, die positiv oder negativ geladen scheinen. Solche Atomgruppen bezeichnet man als **Ionen.** Enthält eine Atomgruppe zuwenig Elektronen, so wirken diese als positive Ladung, zusätzliche Elektronen dagegen als negative. Allgemein kann man sagen:

$$\text{Ion} = \text{Atomgruppe} \pm \text{Elektronen}.$$

Bild 3 zeigt die Darstellung der Ionen. Im Gegensatz zu den freien Elektronen, die in metallischen (bzw. festen) Leitern den Stromtransport übernehmen, dienen die Ionen zum Stromtransport in Gasen oder Flüssigkeiten.

neutrales Atom — negatives Jon — positives Jon

Bild 3
Schematische Darstellung von elektrisch neutralem Atom, negativem Ion (Anion) und positivem Ion (Kation)

Gemäß den Ansprüchen an diese Broschüre wurden die atomaren Grundlagen des elektrischen Stromes sehr vereinfacht behandelt. Für ein tieferes Eindringen in diese Probleme wird das Studium der modernen physikalischen Literatur empfohlen.

1.2 Elektrizitätsmenge und elektrischer Strom

Befinden sich in einem Stoff freie Elektronen mit ihren Elementarladungen, so ergibt die Gesamtanzahl eine bestimmte Elektrizitätsmenge Q. Die Bewegung dieser Elektronen nennt man elektrischen Strom. Grundlegend ist also der elektrische Strom eine Bewegung von elektrischen Ladungen. Will man nun zu meßbaren und damit vergleichbaren Ergebnissen kommen, so muß man den auftretenden Größen bestimmte Maße zuordnen. Deshalb definiert man den elektrischen Strom folgendermaßen:

$$I = \frac{Q}{t};$$

I = Stromstärke in A, Q = Elektrizitätsmenge in As, t = Zeit in s.

Die Definitionsgleichung sagt aus, daß die Stromstärke gleich ist der in einer bestimmten Zeiteinheit durch einen beliebigen Leiterquerschnitt fließenden Elektrizitätsmenge.

Den elektrischen Strom bzw. die Elektrizität können wir Menschen mit unseren Sinnesorganen nicht direkt erfassen, sondern nur indirekt durch die Begleiterscheinungen des elektrischen Stromes. Diese Begleiterscheinungen sind

a) die bei einem Stromfluß durch einen Leiter auftretende Erwärmung — allgemein **Wärmewirkung;**

b) das stets bei einem Stromfluß auftretende Magnetfeld — allgemein **magnetische Wirkung;**

c) der bei Stromfluß in Elektrolyten auftretende Stofftransport — allgemein **chemische Wirkung;**

d) das bei Stromfluß durch ionisiertes Gas auftretende Licht (z. B. Leuchtstoffröhre, Blitz).

Festgelegt wurde als praktische Maßeinheit für die Stromstärke 1 A (Ampère — französischer Physiker, 1775—1836).

Da im praktischen Gebrauch auch kleinere Maßeinheiten benötigt werden, ist

$$1\ A = 1\,000\ mA = 10^3\ mA \text{ (Milliampere)},$$
$$1\ A = 1\,000\,000\ \mu A = 10^6\ \mu A \text{ (Mikroampere)},$$
$$1\ mA = 10^{-3}\ A,$$
$$1\ \mu A = 10^{-6}\ A.$$

Die Einheit der Elektrizitätsmenge bzw. Ladung ist
1 As (Amperesekunde) oder 1 C (Coulomb — französischer Physiker, 1736—1806),

$$1\ As = 1\ C,$$
$$3600\ As = 1\ Ah \text{ (Amperestunde)}.$$

Die Elementarladungen von $6{,}25 \cdot 10^{18}$ Elektronen ergeben praktisch 1 C!
Durch eine internationale Vereinbarung wurde festgelegt, daß die Maßeinheit 1 A wie folgt dargestellt werden kann:



Fließt durch eine wäßrige Silbernitratlösung eine Sekunde lang ein zeitlich konstanter Strom (Gleichstrom) und scheidet dabei 1,118 mg Silber aus, so hat dieser Strom die Größe von 1 A.

Legt man diese Darstellung formelmäßig fest, so kann man auch bei anderen Metallen die durch eine bestimmte Stromstärke in einer bestimmten Zeit ausgeschiedene Menge berechnen.

$$G = \alpha \cdot I \cdot t;$$

G = ausgeschiedene Menge in mg, α = elektrochemisches Äquivalent, I = Stromstärke in A, t = Zeit in s.
Damit ein elektrischer Leiter sich bei Stromdurchgang nicht zu sehr erwärmt, darf einen bestimmten Leiterquerschnitt nur eine maximal zugelassene Stromstärke durchfließen. Um die Verhältnisse zu vereinfachen, hat man den durch die Flächeneinheit des Leiterquerschnitts fließenden Strom als **Stromdichte** definiert.

$$i = \frac{I}{q};$$

i = Stromdichte in A/mm^2, I = Stromstärke in A,
q = Leiterquerschnitt in mm^2,

Beispiel 1:

Wie groß ist die Stromstärke I in einem Stromkreis, wenn in einer Minute eine Elektrizitätsmenge $Q = 1200$ C bewegt wird?

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s} \qquad 1 \text{ C} = \text{As}$$

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{1200 \text{ As}}{60 \text{ s}} = 20 \text{ A}$$

Beispiel 2:

Ein Akku wird mit einer Stromstärke $I = 10$ A genau 12 Stunden lang geladen. Welche Elektrizitätsmenge Q in Ah ist danach in ihm gespeichert?

$$Q = I \cdot t = 10 \text{ A} \cdot 12 \text{ h} = 120 \text{ Ah}$$

Beispiel 3:

Wie lange muß ein Akku geladen werden, wenn eine Elektrizitätsmenge $Q = 48$ Ah gespeichert werden soll und der Ladestrom $I = 3{,}2$ A beträgt?

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{48 \text{ Ah}}{3{,}2 \text{ A}} = 15 \text{ h}$$

Bei den Beispielen 2 und 3 wurden die Verluste im Akku nicht berücksichtigt!

Beispiel 4:

Wieviel A sind 35 mA?

$$1 \text{ A} = 10^3 \text{ mA} \text{ bzw. } 1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$$

$$35 \text{ mA} = 35 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 0{,}035 \text{ A}$$

Beispiel 5:

Wieviel mA sind 0,175 A?

$$0{,}175 \text{ A} = 0{,}175 \cdot 10^3 \text{ mA} = 175 \text{ mA}$$

Beispiel 6:

Wieviel µA sind 12,5 mA?

$$1 \text{ mA} = 10^3 \,\mu\text{A} \text{ bzw. } 1 \,\mu\text{A} = 10^{-3} \text{ mA}$$

$$12{,}5 \text{ mA} = 12{,}5 \cdot 10^3 \,\mu\text{A} = 12\,500 \,\mu\text{A}$$

Beispiel 7:

Wieviel Ah sind 14400 As?

$$1 \text{ Ah} = 3600 \text{ As}$$

$$14\,400 \text{ As} = \frac{14400}{3600} \text{ Ah} = 4 \text{ Ah}$$

Beispiel 8:

Wieviel Gramm Kupfer werden von einem Strom $I = 15$ A in der Zeit $t = 10$ h aus einer Kupferlösung ausgeschieden?

Das elektrochemische Äquivalent für Kupfer ist $\alpha = 1{,}186\ \frac{g}{Ah}$.

$$G = \alpha \cdot I \cdot t$$

$$G = 1{,}186\ \frac{g}{Ah} \cdot 15\ A \cdot 10\ h = 1{,}186 \cdot 150\ g = 177{,}9\ g$$

Beispiel 9:

Aus einer Silbernitratlösung soll in 50 h eine Silbermenge von 100 g ausgeschieden werden. Welche Stromstärke I wird dafür benötigt? $\left(\text{Für Silber ist } \alpha = 4{,}0248\ \frac{g}{Ah}.\right)$

$$I = \frac{G}{\alpha \cdot t}$$

$$I = \frac{100\ g}{4{,}0248\ \frac{g}{Ah} \cdot 50\ h} = \frac{2}{4{,}0248}\ A \approx 0{,}5\ A$$

Beispiel 10:

Wie lange muß ein Strom von 62 000 A fließen, damit aus einer Schmelze 1 000 kg Aluminium elektrolytisch gewonnen werden? $\left(\text{Für Aluminium ist } \alpha = 0{,}3354\ \frac{g}{Ah}.\right)$

$$t = \frac{G}{\alpha \cdot I} = \frac{10^6\ g}{0{,}3354\ \frac{g}{Ah} \cdot 62\,000\ A} = \frac{10^3}{20{,}8}\ h \approx 48\ h$$

Beispiel 11:

Wie groß ist die Stromdichte i in einem Draht von 0,8 mm² Querschnittsfläche, wenn durch diesen ein Strom von $I = 2$ A fließt?

$$i = \frac{I}{q} = \frac{2\ A}{0{,}8\ mm^2} = 2{,}5\ A/mm^2$$

Beispiel 12:

In einem Transformator darf eine Kupferwicklung maximal mit einer Stromdichte von 2,55 A/mm² belastet werden, damit keine zu große Erwärmung auftritt. Mit welchem Strom kann man also einen 2 mm starken Draht belasten?

$$\text{Querschnittsfläche: } q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 0{,}785 \cdot d^2$$
$$= 0{,}785 \cdot 2^2 = 0{,}785 \cdot 4$$
$$q = 3{,}14 \text{ mm}^2$$
$$I = i \cdot q = 2{,}55 \text{ A/mm}^2 \cdot 3{,}14 \text{ mm}^2 \approx 8 \text{ A}$$

Beispiel 13:

Bei der Auslegung eines Netztransformators wurde errechnet, daß durch eine Wicklung ein Strom von $I = 3{,}5$ A fließt. Wie groß muß der Drahtquerschnitt sein, wenn eine maximal zulässige Stromdichte von 2,55 A/mm² gegeben ist? Wie groß ist der Durchmesser des Kupferdrahtes?

$$q = \frac{I}{i} = \frac{3{,}5 \text{ A}}{2{,}55 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}} = 1{,}375 \text{ mm}^2$$

$$d = \sqrt{\frac{q}{0{,}785}} = \sqrt{\frac{1{,}375}{0{,}785}} = \sqrt{1{,}75} \approx 1{,}32 \text{ mm}$$

Für den konstanten Wert $i = 2{,}55$ A/mm² bei Trafoberechnungen kann man zur Ermittlung des Drahtdurchmessers d bei einem errechneten Strom I folgende vereinfachte Gleichung verwenden:

$$d = 0{,}705 \cdot \sqrt{I}; \qquad d \text{ in mm, } I \text{ in A.}$$

Nach obigem Beispiel ist

$$d = 0{,}705 \cdot \sqrt{3{,}5} = 0{,}705 \cdot 1{,}87 \approx 1{,}32 \text{ mm.}$$

1.3 Urspannung, Spannungsabfall und Klemmenspannung

Wie bereits festgestellt wurde, kann ein elektrischer Strom nur fließen, wenn sich Ladungsträger (Elektronen, Ionen) bewegen. Die Elektronen bedürfen deshalb einer Antriebskraft, die sie in Bewegung setzt. Man bezeichnet diese Antriebskraft als **elektromotorische Kraft** (EMK) oder besser als **Urspannung.** Dabei fließen die Elektronen von einer Stelle mit Elektronenüberfluß (Minuspol) zu einer Stelle mit Elektronenmangel (Pluspol). Diese verschieden starken Elektronenanhäufungen nennt man Potentiale. Zwischen zwei verschieden großen Potentialen herrscht demnach eine bestimmte Spannung. Die Anordnungen aber, die die Antriebskraft für die freien Elektronen liefern, nennt man folgerichtig **Spannungsquellen.**

Die Spannung kann in zwei Formen auftreten. Dient sie als Antriebskraft, so spricht man von der **Urspannung.** Die andere Form ist der **Spannungsabfall,** der praktisch als Wirkung der Urspannung auf der Verbraucherseite in einem Stromkreis auftritt. Da jede Spannungsquelle einen inneren Widerstand besitzt, tritt an den Klemmen (Plus- und Minuspol) eine um den Spannungsabfall am Innenwiderstand niedrigere Spannung auf, die Klemmenspannung.

Wie ist das nun mit der Richtung des Stromes? Fließt er von Plus nach Minus oder umgekehrt? Die geläufige Meinung, daß der Strom von Plus nach Minus fließt, stammt noch aus der Zeit, da die atomaren Zusammenhänge nicht bekannt waren. Man spricht deshalb von der **technischen Stromrichtung,** wenn man sagt, daß in einem äußeren Stromkreis der elektrische Strom vom Pluspol (positiven Pol) zum Minuspol (negativen Pol) einer Spannungsquelle fließt. Der Elektronenstrom aber fließt im äußeren Stromkreis vom Minuspol zum Pluspol, da am

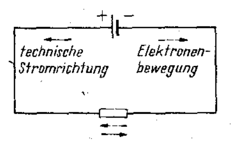


Bild 4
Darstellung der technischen Stromrichtung und der Richtung der Elektronenbewegung

Minuspol eine Elektronenanhäufung und am Pluspol ein Elektronenmangel vorhanden ist. Über den geschlossenen Stromkreis erfolgt der Ausgleich so lange, bis kein Potentialunterschied mehr vorhanden, die Spannungsquelle demnach entladen ist. Bild 4 zeigt diese beiden Vorgänge.

1.4 Leiter, Nichtleiter und Halbleiter

Ein elektrischer Strom ist an das Vorhandensein frei beweglicher Elektronen gebunden. Enthält ein Stoff viele freie Elektronen, so spricht man von einem **Leiter.** Leitermaterialien sind alle Metalle (außer Selen und Germanium).

Als sehr gute Leiter eignen sich z. B. Silber, Kupfer und Aluminium besonders als Leiterwerkstoffe in der Elektrotechnik. Weniger gute Leiter sind u. a. Wismut, Nickel oder spezielle

Legierungen (Konstantan, Nickelin usw.), die deshalb als Material für Widerstandsdrähte benutzt werden. Aber auch wäßrige Lösungen, Kohle oder feuchte Erde sind leitend. Beispiele dafür bilden elektrolytische Veredlungsbäder (z. B. bei der Versilberung), Kohleschichtwiderstände oder die Erde als Rückleitung bei Feldfernsprechverbindungen.
Sind nur sehr wenige freie Elektronen in einem Stoff vorhanden, so bezeichnet man diesen als **Nichtleiter.** Dazu gehören z. B. Porzellan, Gummi, Pertinax u. a. Absolute Nichtleiter gibt es nicht. Aber in der Elektrotechnik haben auch die Nichtleiter große Bedeutung, da sie für Isolierzwecke gebraucht werden.
In neuerer Zeit spielt ein Begriff eine große Rolle, die **Halbleiter,** die besonders in der Transistor- und Diodentechnik eine Bedeutung haben. Zu diesen Materialien zählen Germanium, Silizium, Selen, Kohlenoxyde usw.
Auch in gasförmigen Stoffen ist ein elektrischer Strom möglich, wenn die Gasmoleküle ionisiert werden. Die dabei entstehenden Ionen sind dann die Ladungsträger. Ohne eine Ionisierung bleiben die Gase allerdings Nichtleiter.
Merken muß man sich, daß in festen Stoffen der Ladungstransport durch Elektronen, dagegen in Flüssigkeiten und Gasen durch Ionen erfolgt.

1.5 Gleichstrom und Wechselstrom

Man spricht von Gleichstrom, wenn ein elektrischer Strom in gleicher Richtung und mit gleicher Stärke stetig fließt. Das geschieht, wenn ein fester Minuspol und ein fester Pluspol vorhanden sind.
Wechselt jedoch der elektrische Strom periodisch seine Richtung und auch seine Stärke, so nennt man ihn **Wechselstrom.**
Der **Drehstrom** ist auch ein Wechselstrom, der entsteht, wenn mehrere Wechselströme in geeigneter zeitlicher Versetzung miteinander gekoppelt werden.
Die Erzeugung von Urspannungen ist hauptsächlich auf drei Arten möglich:
a) durch chemische Wirkung (Batterie und Akkumulator oder Sammler),

b) durch Wärmewirkung (Thermoelement),

c) durch Magnetfeldwirkung (Generatoren).

Daneben gibt es noch die spezielleren Arten, wie Umwandlung von Lichtenergie in elektrischen Strom (Fotoelement), Reibungselektrizität (Influenzmaschine) oder Ausübung von Druck auf bestimmte Materialien (Piezoelektrizität).
In diesem Band wollen wir nur die Vorgänge bei Gleichstrom behandeln.

1.6 Größen, Maßeinheiten und Formelzeichen

Um die vielfältigen elektrischen Erscheinungen bestimmen und vergleichen zu können, müssen verschiedene Größen festgelegt werden (z. B. für Stromstärke, Spannung, Leistung usw.). Eine solche Größe ist eindeutig bestimmt, wenn sie gemessen werden kann. Die Größenangabe enthält neben dem reinen Zahlenwert noch die Maßeinheit. Dabei gibt der Zahlenwert an, wievielmal die zugehörige Maßeinheit in der gemessenen Größe enthalten ist. Als Beispiel sagt man, daß die Stromstärke die Größe von 10 A hat, oder kürzer

Stromstärke = 10 A,
Größe = Zahlenwert · Maßeinheit.

Da man bei der formelmäßigen Berechnung nun nicht immer die Größe ausschreiben will, hat man dafür Formelzeichen geschaffen. Für das obige Beispiel ist dann

$$I = 10\ \mathrm{A}.$$

Für die wichtigsten elektrotechnischen Größen gelten folgende Formelzeichen. Beachten muß man, daß die Formelzeichen nicht mit den Maßeinheiten verwechselt werden.

Größe	Formelzeichen	Maßeinheit
Stromstärke	I	A (Ampere)
Spannung (Urspannung)	E	V (Volt)
Spannung (Spannungsabfall)	U	V (Volt)
Widerstand	R	Ω (Ohm)
Elektrizitätsmenge	Q	As, C (Coulomb)

Größe	Formelzeichen	Maßeinheit
Leistung	N	W (Watt)
Kapazität	C	F (Farad)
Induktivität	L	H (Henry)
Energie	W	Ws
Leitwert	G	S (Siemens)
spezifischer Widerstand	ρ	$\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$
spezifischer Leitwert	$\varkappa$	$\frac{S\,m}{mm^2}$
Permeabilität	μ	$\frac{Vs}{Acm}$
Stromdichte	i	$\frac{A}{cm^2}$
Dielektrizitätskonstante	ε	$\frac{As}{Vm}$

In der Elektrotechnik nehmen die Größen oft sehr kleine oder sehr große Werte an. Deshalb erhalten die Maßeinheiten entsprechende Zusätze, die den Rechnungsgang vereinfachen. Da die Formeln meist auf die Berechnung mit den Grundgrößen abgestimmt sind, muß man das beim Rechnungsgang beachten.

Zusätze für die Vergrößerung der Grundeinheit:

k = Kilo... $= 10^3 =$ 1 000
M = Mega... $= 10^6 =$ 1 000 000
G = Giga... $= 10^9 =$ 1 000 000 000
T = Tera... $= 10^{12} =$ 1 000 000 000 000

Zusätze für die Verkleinerung der Grundeinheit:

d = Dezi... $= 10^{-1} =$ 0,1
c = Zenti... $= 10^{-2} =$ 0,01
m = Milli... $= 10^{-3} =$ 0,001
μ = Mikro... $= 10^{-6} =$ 0,000 001
n = Nano... $= 10^{-9} =$ 0,000 000 001
p = Pico... $= 10^{-12} =$ 0,000 000 000 001

Im Text folgen bei den Definitionen der Grundgrößen noch entsprechende Hinweise.

1.7 Stromstärke, Spannung, Widerstand und Leitwert

In Abschnitt 1.2 ist bereits die Definitionsgleichung für die elektrische Stromstärke angegeben. Für die elektrische Spannung wurde als Definitionsgleichung festgelegt:

$$1 \text{ Volt} = 1 \text{ Ampere} \cdot 1 \text{ Ohm};$$

(Volta — italienischer Physiker, 1745—1827).



Wenn durch einen Widerstand von 1 Ohm ein Strom von der Stromstärke 1 Ampere fließt, dann fällt an diesem Widerstand eine Spannung von 1 Volt ab (Ohmsches Gesetz).

Von der Grundeinheit 1 V abgeleitete Maßeinheiten sind:

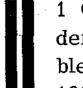
$$1\,\mu V = 1 \text{ Mikrovolt} = 10^{-6}\,V$$
$$1\,mV = 1 \text{ Millivolt} = 10^{-3}\,V$$
$$1\,kV = 1 \text{ Kilovolt} = 10^{3}\,V$$
$$1\,MV = 1 \text{ Megavolt} = 10^{6}\,V$$

Etwa der Spannung von 1 V entspricht die Urspannung des Normalelementes (Weston-Element), das in Labors für präzise Vergleichsmessungen benutzt wird. Bei 20 °C beträgt die Urspannung 1,0183 V. Die Normalelemente dürfen nur mit einem Strom kleiner als 50 μA belastet werden.
Welche Spannungen sind in der Elektrotechnik üblich?

Folgende Tabelle gibt einen Überblick:

NC-Sammler-Zelle	1,2 V
Monozelle	1,5 V
Bleiakku-Zelle	2 V
Stabbatterie	3 V
Flachbatterie	4,5 V
Netzspannung (Licht)	110 bis 220 V
Netzspannung (Kraft)	220 bis 380 V
Straßenbahn	550 bis 750 V
S- und U-Bahn	750 bis 1500 V
Vollbahn (elektr. Fernbahn)	1,5 bis 30 kV
Überlandnetz	10 bis 440 kV

Für die Widerstandseinheit 1 Ω (Ohm) wurde international folgende Definition festgelegt:



1 Ohm ist der Widerstand eines Quecksilberfadens bei der Temperatur des schmelzenden Eises mit einem gleichbleibenden Querschnitt von 1 mm², mit einer Länge von 1063 mm und einer Masse von 14,4521 g.

Von der Grundeinheit 1 Ohm abgeleitete gebräuchliche Maßeinheiten sind:

$$1\ \text{m}\Omega = 1\ \text{Milliohm} = 10^{-3}\ \text{Ohm}$$
$$1\ \text{k}\Omega = 1\ \text{Kiloohm} = 10^{3}\ \text{Ohm}$$
$$1\ \text{M}\Omega = 1\ \text{Megaohm} = 10^{6}\ \text{Ohm}$$

(Ohm — deutscher Physiker, 1789—1854)

Manche Berechnungen vereinfachen sich, wenn man anstelle des Widerstandes, den z. B. ein Leiterstück dem elektrischen Strom entgegensetzt, die Leitfähigkeit dieses Leiterstückes betrachtet. Der Leitwert eines Leiterstückes ist um so größer, je kleiner der Widerstand ist. Das heißt aber, daß die Größe des Leitwertes umgekehrt proportional der des Widerstandes ist. Gemäß der Definitionsgleichung gilt

$$\text{Leitwert} = \frac{1}{\text{Widerstand}} \quad \text{oder} \quad G = \frac{1}{R}.$$

Die Maßeinheit des Leitwertes ist das Siemens (S);

$$1\ \text{S} = \frac{1}{\Omega}.$$

Für den Widerstand gilt demnach

$$1\ \Omega = \frac{1}{\text{S}}.$$

Von der Grundeinheit 1 S abgeleitete Einheiten sind:

$$1\ \mu\text{S} = 1\ \text{Mikrosiemens} = 10^{-6}\ \text{S}$$
$$1\ \text{mS} = 1\ \text{Millisiemens} = 10^{-3}\ \text{S}$$
$$1\ \text{kS} = 1\ \text{Kilosiemens} = 10^{3}\ \text{S}$$

(Siemens — deutscher Elektrotechniker, 1816—1892)

Beispiel 14:

Wieviel mV sind 0,425 V?

$$1\ \text{V} = 10^{3}\ \text{mV bzw. } 1\ \text{mV} = 10^{-3}\ \text{V}$$
$$0{,}425\ \text{V} = 0{,}425 \cdot 10^{3}\ \text{mV} = 425\ \text{mV}$$

Beispiel 15:

Wieviel µV sind 0,000125 V?

$$1\ \text{V} = 10^{6}\ \mu\text{V} \text{ bzw. } 1\ \mu\text{V} = 10^{-6}\ \text{V}$$
$$0{,}000125\ \text{V} = 0{,}000125 \cdot 10^{6}\ \mu\text{V} = 125\ \mu\text{V}$$

Beispiel 16:

Wieviel V sind 12,5 kV?

$$1\ \text{kV} = 10^{3}\ \text{V} \text{ bzw. } 1\ \text{V} = 10^{-3}\ \text{kV}$$
$$12{,}5\ \text{kV} = 12{,}5 \cdot 10^{3}\ \text{V} = 12500\ \text{V}$$

Beispiel 17:

Wieviel kΩ sind 50000 Ω?

$$1\ \text{k}\Omega = 10^{3}\ \Omega \text{ bzw. } 1\ \Omega = 10^{-3}\ \text{k}\Omega$$
$$50000\ \Omega = 50\,000 \cdot 10^{-3}\ \Omega = 50\ \text{k}\Omega$$

Beispiel 18:

Wieviel MΩ sind 2500 kΩ?

$$1\ \text{M}\Omega = 10^{3}\ \text{k}\Omega \text{ bzw. } 1\ \text{k}\Omega = 10^{-3}\ \text{M}\Omega$$
$$2500\ \text{k}\Omega = 2500 \cdot 10^{-3}\ \text{M}\Omega = 2{,}5\ \text{M}\Omega$$

Beispiel 19:

Wieviel mS sind 0,333 S?

$$1\ \text{S} = 10^{3}\ \text{mS} \text{ bzw. } 1\ \text{mS} = 10^{-3}\ \text{S}$$
$$0{,}333\ \text{S} = 0{,}333 \cdot 10^{3}\ \text{mS} = 333\ \text{mS}$$

Beispiel 20:

Wieviel µS sind 0,037 mS?

$$1\ \text{mS} = 10^{3}\ \mu\text{S} \text{ bzw. } 1\ \mu\text{S} = 10^{-3}\ \text{mS}$$
$$0{,}037\ \text{mS} = 0{,}037 \cdot 10^{3}\ \mu\text{S} = 37\ \mu\text{S}$$

2. DER EINFACHE STROMKREIS

2.1 Die Strom-Spannungs-Kennlinie

Mit Hilfe der Schaltung nach Bild 5 mißt man an einem Widerstand bei veränderlicher Spannung die Stärke des jeweils fließenden Stromes. Dabei wird man feststellen, daß für konstante Werte des Widerstandes auch konstante Verhältnisse

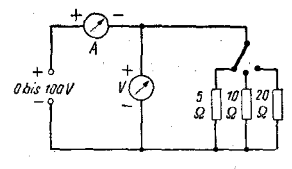


Bild 5
Schaltung zur Aufnahme der Strom-Spannungs-Kennlinie von linearen (Ohmschen) Widerständen

von Spannung zu Strom auftreten. Als erster hat der deutsche Physiker Georg Simon Ohm diese Gesetzmäßigkeit festgestellt; ihm zu Ehren bezeichnet man dieses Gesetz als das Ohmsche Gesetz.

$$R = \frac{U}{I};$$

R in Ohm, U in Volt, I in Ampere.

Trägt man die erhaltenen Werte in ein Koordinatensystem ein, wie es Bild 6 zeigt, so erhält man die Strom-Spannungs-Kennlinie eines Widerstandes als Gerade durch den Nullpunkt. Je kleiner der Widerstandswert ist, um so steiler verläuft die Gerade. Nach Bild 5 und 6 wurde der Versuch mit den Widerstandswerten 5, 10 und 20 Ohm bei einer Spannung von 0 bis 100 V durchgeführt.

Zu beachten ist, daß das Ohmsche Gesetz nur gilt, wenn der Widerstand bei sämtlichen Strom- und Spannungsverhältnissen

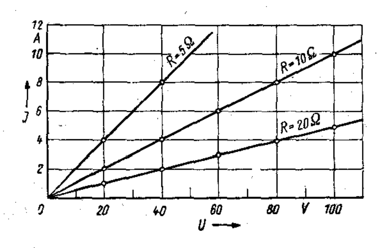


Bild 6
Strom-Spannungs-Kennlinie linearer Widerstände

einen konstanten Wert aufweist, also ein lineares Verhalten zeigt. Das trifft zu für alle rein Ohmschen Widerstände, wie sie als Drahtwiderstände, Kohle- oder Schichtwiderstände in der Elektro- und der Funktechnik verwendet werden. Es gibt aber auch Widerstände, die ein nichtlineares Strom-Spannungs-Verhalten zeigen und demnach nicht dem Ohmschen Gesetz entsprechen. Solche nichtlinearen Widerstände sind z. B. Trockengleichrichter, Halbleiterdioden, Heißleiter, Eisenwasserstoffwiderstände usw.

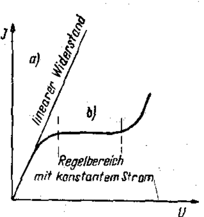


Bild 7
Strom-Spannungs-Kennlinie eines linearen Widerstandes (a) und eines Wasserstoffwiderstandes (b)

Bild 7 zeigt den Vergleich einer linearen und einer nichtlinearen Strom-Spannungs-Kennlinie am Beispiel eines Ohmschen Widerstandes und eines Eisenwasserstoffwiderstandes.

2.2 Das Ohmsche Gesetz

In der allgemeinen Elektrotechnik ist das Ohmsche Gesetz eine der Grundlagen zur Berechnung von einfachen Stromkreisen. Deshalb muß es in seiner Anwendung sicher beherrscht werden. Die drei Möglichkeiten der Aufstellung der Gleichung sind

a) $R = \frac{U}{I}$,

wobei der Widerstand R in Ohm, die Spannung U in Volt und die Stromstärke I in Ampere einzusetzen sind. Diese Maßeinheiten gelten auch für die anderen Gleichungen.

Der Widerstand R entspricht dem Verhältnis von Spannung U zu Stromstärke I.

Er ist dabei direkt proportional der Spannung U und umgekehrt proportional der Stromstärke I.

b) $U = I \cdot R$

Die Spannung U entspricht dem Produkt von Stromstärke I und Widerstand R.

Dabei ist sie direkt proportional sowohl der Stromstärke I als auch dem Widerstand R.

$$\text{c)} \quad I = \frac{U}{R}$$

Die Stromstärke I entspricht dem Verhältnis von Spannung U zu Widerstand R.

Sie ist dabei direkt proportional der Spannung U und umgekehrt proportional dem Widerstand R.

Nun zur praktischen Anwendung des Ohmschen Gesetzes.

Beispiel 21:

Ein Lötkolben nimmt an einer Netzspannung von U = 220 V einen Strom von I = 0,364 A auf. Welchen Widerstand hat dabei die Heizwendel der Heizpatrone? Siehe dazu Bild 8a.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{0{,}364\ \text{A}} = 605\ \Omega$$

Beispiel 22:

Das Relais einer Fernschreibmaschine benötigt zum Schreiben einen Strom von I = 20 mA. Der Gleichstromwiderstand der Relaiswicklung beträgt R = 3 kΩ. An welche Spannung muß das Relais gelegt werden? Siehe dazu Bild 8b.

$$I = 20\ \text{mA} = 0{,}02\ \text{A} \qquad R = 3\ \text{k}\Omega = 3000\ \Omega$$
$$U = I \cdot R = 0{,}02\ \text{A} \cdot 3000\ \Omega = 60\ \text{V}$$

Wenn man die Werte in mA und in kΩ einsetzt, erhält man das gleiche Ergebnis,

$$U = 20\ \text{mA} \cdot 3\ \text{k}\Omega = 60\ \text{V},$$

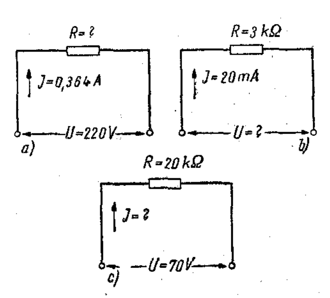


Bild 8
Schaltungsbeispiele zur Anwendung des Ohmschen Gesetzes

weil die Maßeinheit für den Strom mit 10^{-3} und gleichzeitig für den Widerstand mit 10^3 multipliziert wurde.

Beispiel 23:

An dem Anodenwiderstand einer Elektronenröhre von $R = 20\,k\Omega$ fällt eine Gleichspannung von $U = 70\,V$ ab. Wie groß ist der durch den Widerstand fließende Anodenstrom? Siehe dazu Bild 8c.

$$R = 20\,k\Omega = 20000\,\Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{70\,V}{20000\,\Omega} = 0{,}0035\,A = 3{,}5\,mA$$

Das gleiche Ergebnis erhält man, wenn man den Widerstand R in kΩ einsetzt. Die Stromstärke erscheint dann in mA:

$$I = \frac{70\,V}{20\,k\Omega} = 3{,}5\,mA$$

In Abschnitt 1.3 wurde bereits von den verschiedenen Formen gesprochen, in denen eine Spannung auftreten kann. Entnimmt man z. B. einer Batterie einen größeren Strom, so wird man feststellen, daß über dem Belastungswiderstand eine geringere Spannung abfällt, als im Leerlauf an der Batterie gemessen wurde. Die Spannung am Belastungswiderstand wird um so kleiner, je niederohmiger der Widerstand bzw. je größer der entnommene Strom ist. Sieht man davon ab, daß die Anschlußschnüre zwischen Batterie und Widerstand einen geringfügigen und daher vernachlässigbaren Widerstandswert darstellen, so kann die Ursache für die Spannungsverminderung nur an der Batterie liegen. Und das ist tatsächlich der Fall.

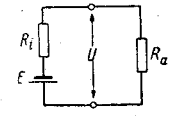


Bild 9
Schaltung einer Stromquelle mit dem Innenwiderstand R_i und einem äußeren Belastungswiderstand R_a

Jede Stromquelle hat einen **inneren Widerstand R_i**, den man sich in Reihe zur Stromquelle geschaltet denken muß (Bild 9). Der Strom fließt nicht nur durch den äußeren Stromkreis, sondern auch durch die Batterie. Deshalb fällt an dem Innenwiderstand R_i auch ein Teil der Spannung ab. Dabei stellt E die Urspannung oder EMK (elektromotorische Kraft) und U die Klemmenspannung dar. Der Innenwiderstand ist bei Batterien

bedingt durch den eingedickten Elektrolyten, bei Akkus durch den flüssigen Elektrolyten und bei Generatoren durch den Widerstand der Kupferwicklung. Will man für Berechnungen diese Zusammenhänge formelmäßig erfassen, so gilt folgender Ansatz: **Die Klemmenspannung ist gleich der Urspannung minus dem Spannungsabfall am Innenwiderstand.**

$$U = E - I \cdot R_i$$

Alle Größen werden mit ihren Grundeinheiten eingesetzt. Für Bild 9 gelten weiterhin folgende Beziehungen:

$$I = \frac{E}{R_a + R_i} \quad \text{und} \quad U = E \cdot \frac{R_a}{R_a + R_i}$$

Beispiel 24:

Eine Taschenlampen-Flachbatterie von $E = 4{,}5$ V wird mit einem Widerstand von $R_a = 10\ \Omega$ belastet. Der Innenwiderstand soll einen Wert von $R_i = 5\ \Omega$ haben. Welchen Wert nimmt die Klemmenspannung U an? Siehe dazu Bild 10a. Welcher Strom wird der Batterie entnommen?

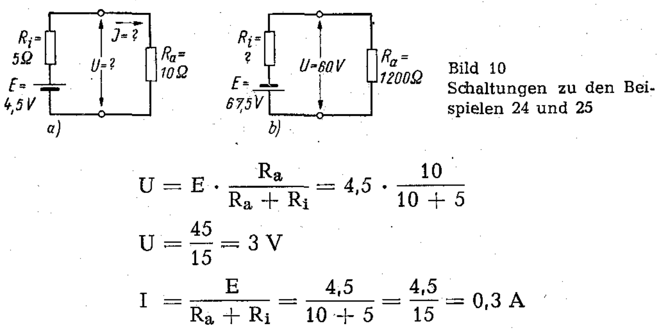


Bild 10
Schaltungen zu den Beispielen 24 und 25

$$U = E \cdot \frac{R_a}{R_a + R_i} = 4{,}5 \cdot \frac{10}{10 + 5}$$

$$U = \frac{45}{15} = 3\ \text{V}$$

$$I = \frac{E}{R_a + R_i} = \frac{4{,}5}{10 + 5} = \frac{4{,}5}{15} = 0{,}3\ \text{A}$$

Beispiel 25:

Wenn man eine Anodenbatterie von $E = 67{,}5$ V mit einem Widerstand $R_a = 1200$ Ohm belastet, so tritt eine Klemmenspannung von $U = 60$ V auf. Welchen Innenwiderstand R_i besitzt diese Batterie? Siehe dazu Bild 10b.

Aus $U = E \cdot \frac{R_a}{R_a + R_i}$ erhält man durch Umformung:

$$R_i = \frac{E \cdot R_a}{U} - R_a$$

Als Beispiel soll gezeigt werden, wie diese Umformung durchgeführt wird. Dazu bedient man sich der Gesetze der Algebra. Als erstes wird die gesuchte Formelgröße auf die linke Seite gebracht.

$$U\,(R_a + R_i) = E \cdot R_a$$

Dann werden die links nicht benötigten Formelgrößen auf die rechte Seite gebracht.

$$R_a + R_i = \frac{E \cdot R_a}{U}$$

$$R_i = \frac{E \cdot R_a}{U} - R_a$$

Die Lösung für die obige Aufgabe ist dann:

$$R_i = \frac{67{,}5 \cdot 1\,200}{60} - 1\,200$$

$$R_i = 67{,}5 \cdot 20 - 1\,200$$

$$R_i = 1\,350 - 1\,200 = 150\ \Omega$$

Drei Sonderfälle sind bei der Belastung einer Stromquelle zu beachten:

a) Schließt man z. B. die Anschlüsse eines Akkus kurz, so ist der Belastungswiderstand R_a praktisch $0\ \Omega$. Demnach müßte ein unendlich großer Strom fließen. Aber durch den Innenwiderstand R_i nimmt der Strom einen endlichen Wert an. Man bezeichnet ihn als **Kurzschlußstrom** I_k.

$$I_k = \frac{E}{R_i} \quad \text{für } R_a = 0$$

Die Klemmenspannung ist praktisch 0 V, und es wird keine Leistung übertragen.

b) Macht man dagegen den Widerstand R_a unendlich groß, läßt also die Akkuklemmen offen, so fällt am Innenwiderstand R_i keine Spannung ab, weil ja kein Strom fließt. An den Akkuklemmen tritt die volle Urspannung E auf, die man als **Leerlaufspannung** U_l bezeichnet.

$$U_l = E \quad \text{für } R_a = \infty$$

Da der Strom I gleich 0 ist, wird ebenfalls keine Leistung übertragen.

c) Ein weiterer besonderer Fall tritt ein, wenn der Belastungswiderstand R_a gleich dem Innenwiderstand R_i ist. Bei dieser Bedingung wird ein Maximum an Leistung übertragen. Man nennt diesen Fall **Leistungsanpassung.**

$$R_a = R_i$$

Der Wirkungsgrad beträgt 50%, da am Innenwiderstand die Hälfte der Spannung abfällt. In der Schwachstromtechnik spielt das Problem der Anpassung eine große Rolle. Als Beispiel sei die Anpassung von Leitungen und Geräten bzw. Verbrauchern in der Fernsprech- oder HF-Übertragungstechnik genannt.

Beispiel 26:

Welcher Kurzschlußstrom tritt bei einer Flachbatterie von $E = 4{,}5$ V auf, wenn der Innenwiderstand $R_i = 0{,}75\ \Omega$ ist?

$$I_k = \frac{E}{R_i} = \frac{4{,}5}{0{,}75} = \frac{450}{75} = 6\ \text{A}$$

2.3 Der elektrische Widerstand

Jeder stromdurchflossene Leiter und jeder Verbraucher setzt dem Strom einen bestimmten Widerstand entgegen. In Abschnitt 1.4 wurde schon darauf eingegangen. Die Definition für den Widerstand enthält Abschnitt 1.7.

$$R = \frac{U}{I}$$

Widerstand R in Ohm, Spannung U in Volt und Stromstärke I in Ampere. Beachten muß man, daß in der Elektrotechnik der Begriff Widerstand in zweifacher Hinsicht angewendet wird. Einmal bezeichnet man damit die Eigenschaft verschiedener Stoffe, sich dem Stromfluß zu widersetzen, zum anderen ein Bauelement, nämlich den **Widerstand,** wie man ihn in zahlreichen Ausführungen kennt.

Von welchen Faktoren hängt nun die Größe eines Widerstandes ab, den der Strom zu überwinden hat? Das läßt sich durch Versuche leicht feststellen. Nimmt man z. B. zwei Meterstücke von einem dünnen Widerstandsdraht und schließt eins davon über einen Strommesser (Amperemeter) an eine Batterie an,

so wird man einen bestimmten Strom messen. Nun schließt man parallel zum ersten Draht den zweiten an (Parallelschaltung). Jetzt stellt sich eine größere Stromstärke ein (theoretisch die doppelte). Da die Spannung konstant ist, muß nach dem Ohmschen Gesetz bei doppelter Stromstärke in der Parallelschaltung nur noch der halbe Widerstandswert vorhanden sein. Demnach ist die Größe des Widerstandes abhängig vom Querschnitt des Leitermaterials. Da mit zunehmendem Leiterquerschnitt der Widerstandswert immer kleiner wird, ist der Widerstand dem Querschnitt umgekehrt proportional:

$$R \sim \frac{1}{q}$$

Schaltet man jetzt die zwei Leiterstücke hintereinander (Reihenschaltung), so zeigt das Amperemeter nur noch die Hälfte des ursprünglichen Stromes an. Demnach muß sich bei der Reihenschaltung der beiden Leiterstücke der Widerstandswert vergrößert haben. Also ist die Größe des Widerstandes auch abhängig von der Länge des Leiters. Der Widerstand ist der Leiterlänge direkt proportional:

$$R \sim l$$

Nimmt man nun Leiterstücke gleicher Länge und gleichen Querschnitts aus einem anderen Material, so wird man feststellen, daß andere Stromstärken gemessen werden.
Also ist der Widerstandswert auch von den Leitereigenschaften des Materials abhängig:

$$R \sim \rho$$

Faßt man diese Ergebnisse zusammen, so gilt für den Widerstand eines Leiterstückes

$$R = \frac{l \cdot \rho}{q};$$

R = Widerstand in Ω, l = Leiterlänge in Meter, q = Leiterquerschnitt in mm^2, ρ = spezifischer Widerstand in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$.

Unter dem **spezifischen Widerstand** versteht man dabei den Widerstand eines Drahtes aus dem betreffenden Material von 1 m Länge und 1 mm^2 Querschnitt. Eine Tabelle im Anhang gibt für die verschiedenen Leitermaterialien den spezifischen

Widerstand ρ (Rho) an. Die Werte von ρ werden für die Temperatur von 20 °C angegeben. Wie später noch gezeigt wird, ist der Widerstand auch von der Temperatur abhängig.

Den reziproken Wert des spezifischen Widerstandes ρ bezeichnet man als **spezifische Leitfähigkeit** und kennzeichnet sie durch den griechischen Buchstaben ϰ (Kappa).

$$\rho = \frac{1}{\varkappa} \quad \text{bzw.} \quad R = \frac{l}{\varkappa \cdot q};$$

$\varkappa$ = spezifische Leitfähigkeit in $\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$.

Bei der Definition der Leiterlänge in einem Stromkreis ist zu beachten, daß die gesamte Leiterlänge aus der Hin- und Rückleitung besteht *(Bild 11)*. Der Elektronenaustausch erfolgt ja durch den gesamten, geschlossenen Stromkreis hindurch. Enthält also eine Aufgabe den Hinweis, daß sich der Verbraucher z. B. 100 m entfernt von der Stromquelle befindet, so ist in die Berechnung des Leiterwiderstands für die Länge die Größe 200 m einzusetzen.

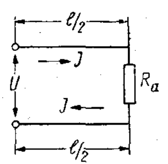


Bild 11
Zur Definition der Leiterlänge l in einem Stromkreis: Gesamtlänge besteht aus der Hin- und der Rückleitung

Beispiel 27:

Ein elektrischer Verbraucher befindet sich in 250 m Entfernung von der Stromquelle und ist über eine Kupferleitung mit dem Querschnitt von 2,5 mm² angeschlossen. Wie groß ist der Leitungswiderstand?

Für Kupfer ist der spezifische Widerstand $\rho = 0{,}0178 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$;

$$R = \frac{l \cdot \rho}{q} = \frac{500 \cdot 0{,}0178}{2{,}5} = 200 \cdot 0{,}0178 = 2 \cdot 1{,}78$$
$$= 3{,}56\ \Omega.$$

Beispiel 28:

Ein 140 m langer Draht mit dem Querschnitt q = 2 mm² zeigt an einer Widerstandsmeßbrücke einen Widerstand von R = 2 Ω.

Aus welchem Material besteht der Draht?

$$R = \frac{l}{\varkappa \cdot q} \qquad \varkappa = \frac{l}{R \cdot q}$$

$$\varkappa = \frac{140}{2 \cdot 2} = \frac{140}{4} = 35$$

In der Tabelle im Anhang findet man für die spezifische Leitfähigkeit $\varkappa = 35$ das Material Aluminium.

Beispiel 29:

Ein Kupferdraht mit einem Durchmesser von 2,5 mm besitzt einen Widerstand von 0,89 Ω. Wie lang ist der Kupferdraht?
Zuerst muß der Querschnitt des Kupferdrahtes berechnet werden.

$$q = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = d^2 \cdot 0{,}785 \qquad \frac{\pi}{4} = 0{,}785$$

$$q = 2{,}5^2 \cdot 0{,}785 = 6{,}25 \cdot 0{,}785 = 4{,}9 \text{ mm}^2$$

$$R = \frac{l \cdot \rho}{q} \qquad (\rho \text{ für Kupfer} = 0{,}0178)$$

$$l = \frac{R \cdot q}{\rho} = \frac{0{,}89 \cdot 4{,}9}{0{,}0178} = \frac{4{,}361}{0{,}0178} = \frac{43\,610}{178} = 245 \text{ m}$$

Wie bereits erwähnt, ändert sich der elektrische Widerstand des Leitermaterials auch mit der Temperatur. Dieser Temperatureinfluß ist aber bei der rechnerischen Behandlung elektrotechnischer Aufgaben nur zu beachten, wenn es ausdrücklich gefordert wird. Sonst rechnet man mit den für die Bezugstemperatur von 20 °C geltenden Werten (spezifischer Widerstand bzw. spezifische Leitfähigkeit), die in der Tabelle im Anhang zusammengefaßt sind.
Im Bereich der Temperaturen von 0 °C bis etwa 200 °C gilt nachfolgende Formel für die Widerstandsänderung:

$$R = R_{20}\ [1 + \alpha\,(\vartheta - 20)];$$

R = Widerstand bei der von 20 °C abweichenden Temperatur in Ω,
R_{20} = Widerstand bei der Temperatur von 20 °C in Ω,
α = Temperaturkoeffizient des Leitermaterials in 1/grd,
ϑ = Temperatur, für die die Widerstandsänderung bestimmt werden soll, in °C.

Diese Änderung erfolgt proportional zur Temperaturänderung. Im Bereich der sehr tiefen und sehr hohen Temperaturen gilt diese Gesetzmäßigkeit nicht mehr, so daß eine andere Berechnungsformel notwendig wird. Aber dieser Temperaturbereich soll hier nicht interessieren.

Wie die Formel zeigt, muß von der neuen Temperatur immer die Bezugstemperatur von 20 °C abgezogen werden. Die Tabelle im Anhang gibt den Temperaturkoeffizienten für die verschiedenen Materialien an.

Beispiel 30:

Die Kupferwicklung eines Netztransformators hat bei 20 °C einen Gleichstromwiderstand von 250 Ω. Welcher Widerstand ergibt sich bei einer Arbeitstemperatur von 60 °C?

Für Kupfer ist der Temperaturkoeffizient $\alpha = 0{,}0038 \frac{1}{\text{grd}}$.

$$R = R_{20}\,[1 + \alpha\,(\vartheta - 20)]$$
$$R = 250\,[1 + 0{,}0038\,(60 - 20)]$$
$$R = 250\,(1 + 0{,}0038 \cdot 40)$$
$$R = 250\,(1 + 0{,}152) = 250 \cdot 1{,}152$$
$$R = 288\ \Omega$$

Beispiel 31:

An der Kupferwicklung eines Netztransformators wurde bei einer Temperatur von 20 °C ein Widerstand von 21,5 Ω erermittelt.
Die Messung nach der Erwärmung des Netztransformators ergab einen Widerstand von 23,8 Ω. Auf welche Temperatur hat sich die Wicklung erwärmt?

Aus der obenstehenden Formel enthält man durch Umformung:

$$\vartheta = \frac{R - R_{20}}{\alpha \cdot R_{20}} + 20$$
$$\vartheta = \frac{23{,}8 - 21{,}5}{0{,}0038 \cdot 21{,}5} + 20$$
$$\vartheta = \frac{2{,}3}{0{,}0817} + 20 = \frac{23\,000}{817} + 20$$
$$\vartheta = 28{,}1 + 20 = 48{,}1\ ^\circ\text{C}$$

Als technisches Bauelement wird der Widerstand in den vielfältigsten Bauformen hergestellt, sei es als Festwiderstand, als

einstellbarer und als regelbarer Widerstand. In der Elektrotechnik und vor allem in der Funktechnik wird der Widerstand häufig verwendet. Einen umfangreichen Einblick in das Gebiet der Widerstände erhält man durch die Broschüre von Morgenroth „Funktechnische Bauelemente", die als Band 23 der Reihe „Der praktische Funkamateur" erschienen ist. Es erübrigt sich daher, hier auf die Widerstände, ihre Bauformen und ihren Anwendungsbereich näher einzugehen.

2.4 Die Reihenschaltung von Widerständen und Stromquellen

Widerstände und andere Verbraucher können in verschiedener Weise an eine Stromquelle angeschlossen werden. Sind die Widerstände hintereinandergeschaltet, wie es Bild 12 zeigt, so spricht man von der Reihen- oder Serienschaltung. Denkt man

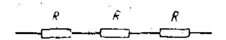


Bild 12
Bei der Reihenschaltung werden die Bauelemente, z. B. Widerstände R, hintereinandergeschaltet

sich von einem Draht, von dem ein 1 m langes Stück den Widerstandswert von 1 Ω hat, 3 Stücke mit den Längen 3,5 m, 2,5 m und 5 m hintereinandergeschaltet, so ergibt sich für die Gesamtlänge von 11 m ein Gesamtwiderstand von 11 Ω. Das kann mit Hilfe der Formel für den Leiterwiderstand leicht bewiesen werden (Bild 13a).

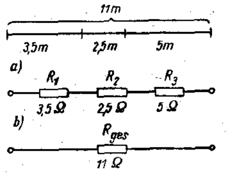


Bild 13
Darstellung der Reihenschaltung von Widerständen. Der Gesamtwiderstand ergibt sich aus der Summe der Einzelwiderstandswerte

Das gleiche Ergebnis muß man nun erhalten, wenn man die 3 Leiterstücke durch gleichwertige Widerstände ersetzt, wie es Bild 13b zeigt. Man erkennt, daß sich der Gesamtwiderstand aus der Summe der Widerstandswerte der Einzelwiderstände zusammensetzt.

Formelmäßig ausgedrückt, heißt das (Bild 13c):

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots R_n$$

Durch Zuschalten weiterer Widerstände erhöht sich der Gesamtwiderstand. Die Widerstandswerte werden alle in der gleichen Einheit, z. B. Ohm, eingesetzt.
Schließt man eine Reihenschaltung von Widerständen an eine Stromquelle an, so wie es Bild 14 für 2 Widerstände zeigt, so erkennt man folgende Zusammenhänge:

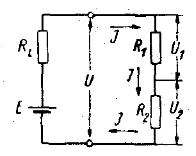


Bild 14
Reihenschaltung von zwei Widerständen an einer Stromquelle

a) Im Stromkreis fließt an jeder Stelle ein Strom mit gleicher Stärke.

b) Die an den Klemmen der Stromquelle anliegende Klemmenspannung U wird durch die Widerstände R_1 und R_i in die Teilspannungen U_1 und U_2 aufgeteilt.

c) Die an den Widerständen abfallenden Spannungen (Spannungsabfall) sind nach dem Ohmschen Gesetz von den Widerstandsgrößen abhängig.

d) Nach dem 2. Kirchhoffschen Gesetz (Kirchhoff — deutscher Physiker, 1824—1887) muß die Summe der Spannungsabfälle gleich der Urspannung sein. Bei dieser Definition ist der Spannungsabfall am Innenwiderstand R_i der Stromquelle berücksichtigt!

Aus b) und d) folgt

$$U = U_1 + U_2$$

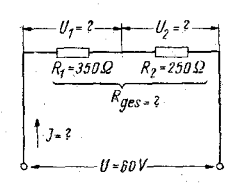
und aus c)

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Die Klemmenspannung U ist gleich der Summe der Spannungsabfälle (Teilspannungen), und die Teilspannungen verhalten sich wie die Widerstände der Reihenschaltung.

Beispiel 32:
An einer Klemmenspannung von $U = 60$ V liegen 2 Widerstände $R_1 = 350\ \Omega$ und $R_2 = 250\ \Omega$ in Reihenschaltung (Bild 15).

Bild 15 Schaltung zum Beispiel 32



a) Wie groß ist der Gesamtwiderstand der Reihenschaltung?
b) Wie groß ist die im Stromkreis fließende Stromstärke I?
c) Wie groß werden die beiden Teilspannungen U_1 und U_2?

a) $R_{ges} = R_1 + R_2 = 350 + 250 = 600\ \Omega$

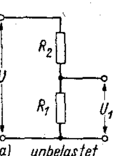
b) $I = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{60}{600} = 0{,}1\ A$

c) $U_1 = I \cdot R_1 = 0{,}1 \cdot 350 = 35\ V$

$U_2 = I \cdot R_2 = 0{,}1 \cdot 250 = 25\ V$

Beweis: $U = U_1 + U_2 = 35 + 25 = 60\ V$

In der Praxis werden oft 2 in Reihe geschaltete Widerstände als **Spannungsteiler** benutzt. Dabei wird die anliegende Gesamtspannung im Verhältnis der beiden Widerstände aufgeteilt. Letztere Feststellung trifft aber nur zu bei unbelasteten Spannungsteilern (Bild 16a). Bei belasteten Spannungsteilern



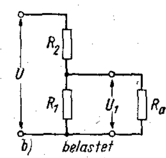


Bild 16
Schaltung des unbelasteten und des belasteten Spannungsteilers

(Bild 16b) ändert sich durch die Parallelschaltung eines Belastungswiderstands R_a das Spannungsteilerverhältnis. Die Ausgangsspannung U_1 wird kleiner, als sie das Verhältnis der Widerstände R_1 und R_2 angibt. Da die Parallelschaltung von Widerständen noch nicht behandelt worden ist, wird der belastete Spannungsteiler erst in Kapitel 3 beschrieben. Für den unbelasteten Widerstand gilt

$$U_1 = \frac{U \cdot R_1}{R_{ges}},$$

wobei $R_{ges} = R_1 + R_2$ ist.

In der funktechnischen Praxis werden zur Spannungsteilung meist Potentiometer verwendet. Das sind Widerstände mit einem regelbaren Abgriff (siehe Bild 17). Regelt man den Abgriff an das obere Widerstandsende 1, so ist $U_1 = U$. Regelt man den Abgriff an das untere Ende 2, so ist $U_1 = 0$. Dadurch können mit dem Potentiometer alle Spannungswerte zwischen 0 und U eingestellt werden.

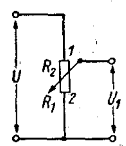


Bild 17
Schaltung eines Potentiometers (regelbarer Widerstand) zur Spannungsteilung

Beispiel 33:

Ein Spannungsteiler mit einem Gesamtwiderstand von 75 kΩ liegt an einer Klemmenspannung von 220 V. Wie groß ist die Teilspannung U_1, die am Widerstand $R_1 = 25\ k\Omega$ als Spannungsabfall (Bild 16 a) auftritt?

$$U_1 = \frac{U \cdot R_1}{R_{ges}} = \frac{220 \cdot 25}{75} = \frac{220}{3} = 73{,}3\ V$$

Betrachtet man in Bild 16a den Widerstand R_1 als einen Verbraucher, so liegt er über einen **Vorwiderstand** R_2 an der Klemmenspannung U. Der Vorwiderstand übernimmt es, die für den Verbraucher zu große Klemmenspannung zu reduzieren, denn die am Verbraucher anliegende Spannung ist um den Spannungsabfall am Vorwiderstand kleiner als die Klemmenspannung.

Am Vorwiderstand R_V soll immer die Differenzspannung zwischen der Klemmenspannung U und der Verbraucherspannung U_V bei der vom Verbraucher benötigten Stromstärke I abfallen. Demnach ist

$$R_V = \frac{U - U_V}{I};$$

R_V = Vorwiderstand in Ω, U = Klemmenspannung bzw. Gesamtspannung in V, U_V = Verbraucherspannung bzw. Nennspannung in V, I = Verbraucher-Stromstärke in A.

Beispiel 34:

Eine Elektronenröhre UCL 82 soll direkt vom Stromnetz geheizt werden. Die Heizspannung beträgt 50 V, der Heizstrom 0,1 A.

Wie groß ist der Vorwiderstand zu bemessen für

a) eine Netzspannung von 125 V,

b) eine Netzspannung von 220 V?

$$\text{a)}\quad R_V = \frac{U - U_V}{I} = \frac{125 - 50}{0{,}1} = \frac{75}{0{,}1} = 750\ \Omega$$

$$\text{b)}\quad R_V = \frac{U - U_V}{I} = \frac{220 - 50}{0{,}1} = \frac{170}{0{,}1} = 1700\ \Omega$$

$$= 1{,}7\ \mathrm{k}\Omega$$

Ebenso wie Verbraucher kann man auch Stromquellen in Reihe schalten (Bild 18). Dabei ist darauf zu achten, daß die Batteriepole in der richtigen Reihenfolge geschaltet werden.

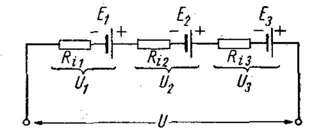


Bild 18
Reihenschaltung von Stromquellen mit Innenwiderstand

Der Pluspol der einen Batterie wird mit dem Minuspol der nächsten Batterie verbunden. Bei hintereinandergeschalteten Stromquellen addieren sich die einzelnen Urspannungen zu einer Gesamturspannung:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots E_n$$

In gleicher Weise addieren sich auch die Klemmenspannungen und die Innenwiderstände. Da sich bei der Reihenschaltung der Innenwiderstand erhöht, kann auch einer Reihenschaltung gleichartiger Stromquellen kein größerer Strom entnommen werden als maximal der Kurzschlußstrom einer einzelnen Stromquelle.

Werden n Stromquellen mit der Urspannung E und einem Innenwiderstand R_i in Reihe geschaltet, so fließt durch einen an diese Reihenschaltung angeschlossenen Widerstand R_a die Stromstärke

$$I = \frac{n \cdot E}{n \cdot R_i + R_a}.$$

Da der Faktor n sowohl im Nenner als auch im Zähler auftritt, steigt der Strom mit der zunehmenden Anzahl der Stromquellen nicht in gleicher Weise an.

Beispiel 35:
Welche Stromstärke I liefern 15 in Reihe geschaltete Monozellen mit $E = 1{,}5$ V und $R_i = 1{,}5\ \Omega$, wenn

a) ein Widerstand von $R_a = 22{,}5\ \Omega$ angeschlossen wird?

b) Wie groß wird die Klemmenspannung?

$$\text{a)}\quad I = \frac{n \cdot E}{n \cdot R_i + R_a} = \frac{15 \cdot 1{,}5}{15 \cdot 1{,}5 + 22{,}5}$$

$$I = \frac{22{,}5}{22{,}5 + 22{,}5} = \frac{22{,}5}{45} = 0{,}5\ \text{A}$$

$$\text{b)}\quad U = I \cdot R_a = 0{,}5 \cdot 22{,}5 = 11{,}25\ \text{V}$$

2.5 Die Spannungsmessung

Die elektrische Spannung mißt man mit dem Spannungsmesser. Der Zeigerausschlag eines Meßwerkes wird durch den durch die Meßwerkspule fließenden Strom hervorgerufen. Deshalb ist ein Spannungsmesser eigentlich nur ein in Spannungswerten geeichter Strommesser. Die Kennzeichen eines solchen Meßwerkes sind eine bestimmte Strom- und Spannungsempfindlichkeit sowie sein Innenwiderstand:

$$U_m = I_m \cdot R_i;$$

U_m = Spannung für Skalenendwert in V, I_m = Stromstärke für Skalenendwert in A, R_i = Innenwiderstand des Meßwerkes in Ω.

Will man eine höhere Spannung messen als U_m, so muß die U_m überschreitende Spannung an einem Vorwiderstand abfallen (Bild 19).

Die Skaleneichung des Grundmeßbereichs soll auch bei höheren Spannungswerten verwendbar sein. Größere Spannungsbe-

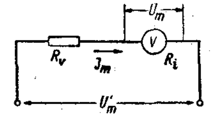


Bild 19
Schaltung für die Meßbereichserweiterung eines Spannungsmessers mit Hilfe eines Vorwiderstandes

reiche erhält man durch Vorschalten von Vorwiderständen und somit Vervielfachung des Grundmeßbereichs.
Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes ergibt sich folgende Formel für die Berechnung des Vorwiderstands eines Meßwerkes:

$$R_v = R_i\,(n - 1);$$

R_v = Meßwerksvorwiderstand in Ω für n-fache Meßbereichserhöhung, R_i = Meßwerksinnenwiderstand in Ω, n = Erweiterungszahl für größeren Meßbereich.
Will man also einen Spannungsmeßbereich auf das n-fache erweitern, so muß ein Vorwiderstand vorgeschaltet werden, der das (n — 1)fache des Innenwiderstands des Meßwerkes beträgt.

Beispiel 36:

Ein Spannungsmesser hat bei einem Endausschlag von 2,5 V einen Innenwiderstand von $R_i = 1\,000\ \Omega$. Wie groß muß der Vorwiderstand sein, wenn der Spannungsmesser einen Endausschlag von $U'_m = 250$ V haben soll?

$$n = \frac{U'_m}{U_m} = \frac{250}{2,5} = 100$$

$$R_v = R_i\,(n - 1) = 1\,000\,(100 - 1)$$

$$R_v = 1\,000 \cdot 99 = 99\,000\ \Omega = 99\ k\Omega$$

Beispiel 37:

Wie groß ist der Vorwiderstand eines Spannungsmessers für einen Meßbereich von 6 V, wenn das Meßwerk bei Vollausschlag einen Strom von 0,1 mA aufnimmt und die Meßwerkspule einen Widerstand von $R_i = 500\ \Omega$ besitzt?

$$U_m = R_i \cdot I_m = 500 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}$$

$$U_m = 0,05\ V$$

$$n = \frac{U'_m}{U_m} = \frac{6}{0,05} = \frac{600}{5} = 120$$

$$R_v = 500\,(120 - 1) = 500 \cdot 119$$

$$R_v = 59\,500\ \Omega = 59,5\ k\Omega$$

Die Meßgenauigkeit erhöht sich um so mehr, je weniger die Meßspannung durch den Spannungsmesser belastet wird. Deshalb soll ein Spannungsmesser möglichst hochohmig sein. Als Vergleichsmaß gibt man deshalb den Widerstand für 1 V

Spannung an $(R_i + R_v)$. Für die funktechnische Praxis des Amateurs genügen Vielfachmesser, die einen Widerstand von 1 000 Ω/V aufweisen. Gute Vielfachmesser haben Widerstände von 20 kΩ/V bis 100 kΩ/V; moderne Röhrenvoltmeter weisen dagegen Widerstände von mehreren MΩ/V auf und messen deshalb eine Spannung fast belastungslos.

Beispiel 38:

Welchen Widerstand pro V weist ein Spannungsmesser auf, der für den Endausschlag eine Stromstärke von $I_m = 0{,}05$ mA benötigt und dessen Meßwerk-Innenwiderstand $R_i = 1$ kΩ beträgt?

$$U_m = I_m \cdot R_i = 0{,}05 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^3$$

$$U_m = 0{,}05 \text{ V}$$

$$n = \frac{U'_m}{U_m} = \frac{1}{0{,}05} = \frac{100}{5} = 20$$

$$R_v = R_i\,(n - 1) = 1\,(20 - 1) = 19 \text{ k}\Omega$$

$$R = R_i + R_v = 1 + 19 = 20 \text{ k}\Omega$$

Demnach hat das Instrument 20 kΩ/V.

3. DER ZUSAMMENGESETZTE STROMKREIS

3.1 Das 1. Kirchhoffsche Gesetz

Schaltet man 2 Widerstände parallel an eine Stromquelle, wie es Bild 20 zeigt, so teilt sich die nach dem Ohmschen Gesetz fließende Stromstärke I an dem Knotenpunkt A auf in die beiden Teilströme I_1 und I_2. Im Knotenpunkt B vereinigen sich

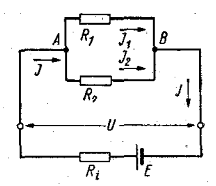


Bild 20
Stromverzweigung durch die Parallelschaltung von zwei Widerständen

die beiden Teilströme wieder zum Gesamtstrom I. Da keine Elektronen verlorengehen, muß folgende Gleichung bestehen:

$$I = I_1 + I_2$$

Kirchhoff formulierte diesen Zusammenhang in dem nach ihm benannten Gesetz (1. Kirchhoffsches Gesetz oder Knotenpunktsregel):

„In jedem Knotenpunkt ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme."

Aus Bild 20 erkennt man weiter, daß der an den Widerständen auftretende Spannungsabfall gleich der Klemmenspannung der Stromquelle ist. Damit ergibt sich

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2.$$

Bildet man das Verhältnis der Teilströme zu dem der Widerstände, so erhalten wir

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Das bedeutet, die Teilströme I_1 und I_2 verhalten sich umgekehrt proportional zu den Widerständen R_1 und R_2. Vergleicht man

jetzt die Reihenschaltung mit der Parallelschaltung von Widerständen, so muß man unterscheiden zwischen

a) der Reihenschaltung mit gleicher Stromstärke I und Teilspannungen (Spannungsabfällen) über den Widerständen und

b) der Parallelschaltung mit gleichem Spannungsabfall U und Teilströmen durch die Widerstände.

Beispiel 39:

Bei einem Wechselstrom-Superhet liegen die Heizfäden der Elektronenröhren parallel an der Heizwicklung des Netztransformators. Folgende Teilströme werden benötigt: 4 · 0,3 A, 2 · 0,45 A, 0,6 A und 0,75 A. Für welche Gesamtstromstärke muß die Heizwicklung dimensioniert werden?

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$
$$I = 4 \cdot 0{,}3 + 2 \cdot 0{,}45 + 0{,}6 + 0{,}75$$
$$I = 1{,}2 + 0{,}9 + 0{,}6 + 0{,}75 = 3{,}45 \text{ A}$$

Beispiel 40:

Einem Widerstand von 180 Ω liegt ein zweiter parallel, durch den der 10fache Strom fließt.

Wie groß ist der zweite Widerstand?

$$\frac{I_1}{10\,I_1} = \frac{R_2}{R_1} \qquad R_2 = \frac{R_1}{10}$$
$$R_2 = \frac{180}{10} = 18\ \Omega$$

3.2 Die Parallelschaltung von Widerständen

Die Ausführungen in Kapitel 3.1 haben gezeigt, daß sich die Stromstärken bei der Stromteilung umgekehrt proportional zur Größe der beteiligten Widerstände verhalten. Dabei wird die Stärke des durch einen Teilwiderstand fließenden Stromes um so größer, je kleiner der Ohm-Wert des Teilwiderstands ist. Für den Gesamtwiderstand einer Parallelschaltung gilt deshalb, daß er stets kleiner ist als der kleinste Widerstand der Parallelschaltung. Die Gesamtstromstärke dagegen wird stets größer

sein als die größte Teilstromstärke. Zur Berechnung des Gesamtwiderstands dient folgende Formel:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \frac{1}{R_n} \, [\Omega]$$

Diese Formel gilt für eine beliebige Anzahl n parallelgeschalteter Widerstände (Bild 21).

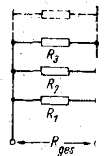


Bild 21 Parallelschaltung von Widerständen

Wie bereits im 1. Kapitel gezeigt, ist der Kehrwert eines Widerstandes als Leitwert G definiert:

$$\frac{1}{R} = G$$

Demnach werden bei der Parallelschaltung von Widerständen die Leitwerte der einzelnen Widerstände zu einem Gesamtleitwert addiert:

$$G_{ges} = G_1 + G_2 + G_3 + \dots G_n \, [S]$$

In der Praxis werden oft 2 Widerstände parallelgeschaltet, deren Gesamtwiderstand errechnet werden muß. Für diesen Fall läßt sich die Formel für den Gesamtwiderstand vereinfachen:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \quad \text{bzw.} \quad R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Liegt ein sehr hochohmiger Widerstand parallel zu einem niederohmigen Widerstand, so ist der Gesamtwiderstand nur unwesentlich kleiner als der niederohmige Widerstand.

Beispiel 41:

3 Widerstände mit den Werten $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 150\ \Omega$ und $R_3 = 300\ \Omega$ sind parallelgeschaltet.

a) Wie groß ist der Gesamtwiderstand der Parallelschaltung?

b) Welcher Gesamtwiderstand ergibt sich bei einer Reihenschaltung der 3 Widerstände?

$$a) \quad \frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{100} + \frac{1}{150} + \frac{1}{300}$$

Es müssen alle Nenner der Brüche auf einen gemeinsamen Nenner gebracht werden, in diesem Fall 300.

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{3}{300} + \frac{2}{300} + \frac{1}{300} = \frac{6}{300}$$

$$R_{ges} = \frac{300}{6} = 50\ \Omega$$

$$b) \quad R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 = 100 + 150 + 300 = 550\ \Omega$$

Beispiel 42:

2 Widerstände von $R_1 = 60\ k\Omega$ und $R_2 = 40\ k\Omega$ sind parallelgeschaltet. Wie groß ist der Gesamtwiderstand der Parallelschaltung?

$$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{60 \cdot 40}{60 + 40} = \frac{2400}{100} = 24\ k\Omega$$

Beispiel 43:

Welcher Widerstand muß einem Widerstand von $80\ k\Omega$ parallelgeschaltet werden, wenn der Gesamtwiderstand $16\ k\Omega$ betragen soll?

Für diese Berechnung muß die Gleichung für 2 parallele Widerstände umgeformt werden.

$$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{ges} \cdot (R_1 + R_2) = R_1 \cdot R_2$$

$$R_{ges} \cdot R_1 + R_{ges} \cdot R_2 = R_1 \cdot R_2$$

$$R_{ges} \cdot R_1 = R_1 \cdot R_2 - R_{ges} \cdot R_2$$

$$R_{ges} \cdot R_1 = R_2 \cdot (R_1 - R_{ges})$$

$$R_2 = \frac{R_{ges} \cdot R_1}{R_1 - R_{ges}}$$

$$R_2 = \frac{16 \cdot 80}{80 - 16} = \frac{1280}{64} = 20\ k\Omega$$

3.3 Die Parallelschaltung von Stromquellen

Ebenso wie Widerstände kann man auch Stromquellen parallelschalten. Erhöht sich bei der Reihenschaltung von Stromquellen die Urspannung bzw. Klemmenspannung, so erhöht sich bei der Parallelschaltung der Strom, der der zusammengeschalteten Stromquelle entnommen werden kann. Allerdings dürfen nur Stromquellen mit gleicher Urspannung und gleicher Klemmenspannung (also gleichem Innenwiderstand) parallelgeschaltet werden, denn es entsteht zwischen beiden Batterien ein Stromkreis. Bei ungleichen Spannungswerten fließt zwischen den Stromquellen ein Ausgleichsstrom (über die Stromquelle mit dem niedrigeren Innenwiderstand), der die Stromquellen vorzeitig entladen bzw. sogar zerstören kann. Für den Ausgleichsstrom zweier parallelgeschalteter Stromquellen gilt nach dem 2. Kirchhoffschen Gesetz

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_{i1} + R_{i2}}.$$

Bei der Parallelschaltung von Stromquellen ist darauf zu achten, daß jeweils alle Plus- und alle Minuspole der Stromquellen mit-

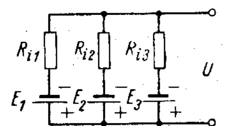


Bild 22 Parallelschaltung von Stromquellen

einander verbunden werden (Bild 22). Die Stromstärke I wird dann durch einen äußeren Widerstand R_a bestimmt:

$$I = \frac{E}{\frac{R_i}{n} + R_a};$$

E = Urspannung der Stromquellen in V, R_i = Innenwiderstand der Stromquellen in Ω, n = Anzahl der parallelliegenden, gleichartigen Stromquellen, R_a = Belastungswiderstand in Ω.

Aus der vorstehenden Formel ist zu erkennen, daß der Gesamtinnenwiderstand mit zunehmender Stromquellenanzahl abnimmt. Die maximal mögliche Stromentnahme (Kurzschlußstrom) wird dadurch immer größer.

Beispiel 44:

2 Stromquellen mit $E_1 = 4{,}5$ V und $R_{i1} = 2\ \Omega$ bzw. $E_2 = 3{,}7$ V und $R_{i2} = 8\ \Omega$ (eine neue und eine gebrauchte Flachbatterie!) sollen parallelgeschaltet werden. Wie groß ist der Ausgleichsstrom zwischen den Batterien, ohne daß ihnen ein Strom entnommen wird?

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_{i1} + R_{i2}} = \frac{4{,}5 - 3{,}7}{2 + 8}$$

$$I = \frac{0{,}8}{10} = 0{,}08\ \text{A} = 80\ \text{mA}$$

Beispiel 45:

4 Monozellen ($E = 1{,}5$ V; $R_i = 1\ \Omega$) sind parallelgeschaltet und speisen einen Belastungswiderstand von $R_a = 5\ \Omega$.

a) Wie groß ist der durch R_a fließende Strom?

b) Welche Klemmenspannung finden wir bei der Parallelschaltung?

c) Welche Klemmenspannung besitzt eine einzelne Monozelle bei dem gleichen Belastungswiderstand?

$$\text{a)}\quad I = \frac{E}{\frac{R_i}{n} + R_a} = \frac{1{,}5}{\frac{1}{4} + 5} = \frac{1{,}5}{5{,}25} = 0{,}285\ \text{A}$$

$$\text{b)}\quad U = I \cdot R = 0{,}285 \cdot 5 = 1{,}43\ \text{V}$$

$$\text{c)}\quad U = E \cdot \frac{R_a}{R_i + R_a} = 1{,}5 \cdot \frac{5}{1 + 5} = \frac{1{,}5 \cdot 5}{6}$$

$$= \frac{7{,}5}{6} = 1{,}25\ \text{V}$$

Beispiel 46:

Wieviel Batterien mit der Urspannung $E = 1{,}5$ V und dem Innenwiderstand $R_i = 2\ \Omega$ muß man parallelschalten, wenn durch einen Belastungswiderstand $R_a = 1\ \Omega$ eine Stromstärke von $I = 1$ A fließen soll?

Zur Lösung dieser Aufgabe muß folgende Gleichung nach n aufgelöst werden:

$$I = \frac{E}{\frac{R_i}{n} + R_a}$$

$$I\left(\frac{R_i}{n} + R_a\right) = E$$

$$I\frac{R_i}{n} + I \cdot R_a = E$$

$$I\frac{R_i}{n} = E - I \cdot R_a$$

$$\frac{R_i}{n} = \frac{E - I \cdot R_a}{I}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{E - I \cdot R_a}{I \cdot R_i}$$

$$n = \frac{I \cdot R_i}{E - I \cdot R_a}$$

$$n = \frac{1 \cdot 2}{1{,}5 - 1 \cdot 1} = \frac{2}{0{,}5} = 4$$

4 Batterien werden gebraucht.

3.4 Die Strommessung

Ein Meßwerk benötigt je nach seiner Stromempfindlichkeit eine bestimmte Stromstärke für den Endausschlag des Zeigers. Soll nun die geeichte Skala für eine größere Stromstärke ausgenutzt werden, so muß man den überschüssigen Strom am Meßwerk vorbeileiten. Mit Hilfe der Stromteilung ist das auf einfache Weise möglich. Dem Meßwerk wird einfach ein Widerstand parallelgeschaltet, wie es Bild 23 zeigt. Diesen Widerstand bezeichnet man als „Nebenwiderstand" oder „Shunt".

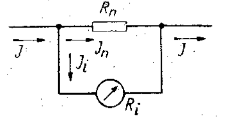


Bild 23
Prinzip der Meßbereichserweiterung eines Strommessers

Durch eine geeignete Dimensionierung kann der Grundmeßbereich mit dem Faktor n vervielfacht werden. Demnach muß durch das Meßwerk 1/n des Gesamtstromes fließen. Aus der Formel für die Stromverzweigung nach dem 1. Kirchhoffschen Gesetz (Bild 23)

$$I_i \cdot R_i = (n \cdot I_i - I_i) \cdot R_n$$

wird der Nebenwiderstand R_n errechnet:

$$I_i \cdot R_i = (n - 1)\, I_i \cdot R_n$$

$$R_i = (n - 1)\, R_n$$

$$R_n = \frac{R_i}{n - 1}, \qquad \left(n = \frac{I}{I_i}\right);$$

R_n = Nebenwiderstand in Ω, R_i = Meßwerk-Innenwiderstand in Ω, n = Erweiterungsfaktor des Grundmeßbereichs, I = Strommeßbereich mit Nebenwiderstand in A, I_i = Stromstärke für Meßwerk-Endausschlag in A.

Während bei Spannungsmessern durch einen unterbrochenen Vorwiderstand oder einen schlecht arbeitenden Schalter der Meßstromkreis unterbrochen wird und dadurch das Meßwerk stromlos bleibt, ist bei der Umschaltung von Strommeßbereichen große Vorsicht geboten. Ein Ausfall des Nebenwiderstands bedeutet, daß der gesamte Strom über die Spule des Meßwerkes fließt und diese unter Umständen zerstört. Deshalb ist es empfehlenswert, beim Umschalten das Meßwerk über einen Zwischenkontakt des Schalters kurzzuschließen. Der Strommesser wird zur Strommessung direkt in den Stromkreis eingeschaltet. Damit nun kein zu großer Spannungsabfall über den Strommesser auftritt, der das Meßergebnis verfälschen würde, sollen Strommesser möglichst niederohmig sein. Der Spannungsabfall über dem Meßwerk darf also nur kleine Werte annehmen.

Beispiel 47:

Ein Meßwerk braucht für den Endausschlag eine Stromstärke $I_i = 3$ mA *und hat einen Innenwiderstand von* $R_i = 15\ \Omega$. Wie groß muß der Nebenwiderstand R_n sein, wenn ein Endausschlag von 150 mA erreicht werden soll?

$$n = \frac{I}{I_i} = \frac{150}{3} = 50$$

$$R_n = \frac{R_i}{n - 1} = \frac{15}{50 - 1} = \frac{15}{49} = 0{,}306\ \Omega$$

Beispiel 48:

Ein Meßwerk zeigt bei Vollausschlag folgende Werte: $U_i = 100$ mV und $I_i = 1$ mA. Wie groß muß der Nebenwiderstand R_n für einen Strommeßbereich von $I = 30$ mA sein?

$$R_i = \frac{U_i}{I_i} = \frac{0{,}1}{0{,}001} = \frac{100}{1} = 100\ \Omega$$

$$n = \frac{I}{I_i} = \frac{30}{1} = 30$$

$$R_n = \frac{R_i}{n-1} = \frac{100}{30-1} = \frac{100}{29} = 3{,}45\ \Omega$$

3.5 Kombinierte Schaltungen

In der elektrotechnischen Praxis treten nicht nur einfache Schaltungen auf, sondern je nach den Aufgabenstellungen auch komplizierte. Mit den grundlegenden Gesetzen der Elektrotechnik:

Ohmsches Gesetz
1. Kirchhoffsches Gesetz
2. Kirchhoffsches Gesetz
Reihenschaltungsgesetze
Parallelschaltungsgesetze

lassen sich jedoch die meisten elektrotechnischen Aufgabenstellungen auf einfache Weise lösen. Für die Berechnung komplizierter Schaltungen gibt es dazu noch Rechenverfahren, deren Behandlung hier aber zu weit führen würde. Genannt seien die Verfahren der Zweipoltheorie (Ersatzspannungsquelle) und das Überlagerungsgesetz. Ausführlich behandelt werden diese Probleme im ersten Band der „Grundlagen der Elektrotechnik" von H. Teuchert (VEB Verlag Technik, Berlin). Dieses Buch wird für weitergehende Studien empfohlen.

Für die kombinierte Anwendung der Grundgesetze folgen einige Beispiele:

Problematisch ist z. B. der Spannungsverlust auf Leitungen. Eine Klemmenspannung soll über eine längere Leitung zu einem Verbraucher geführt werden. Ist die Leitung zu dünn ausgeführt, der Leitungswiderstand demnach groß, so erzeugt der durchfließende Strom einen starken Spannungsabfall. Die am Ende der Leitung noch vorhandene Spannung ist dann zu

gering für den Verbraucher. Der Spannungsabfall (= Spannungsverlust U_V) an einem Widerstand ist nach dem Ohmschen Gesetz

$$U_V = I \cdot R;$$

U_V = Spannungsabfall in V, I = Stromstärke in A, R = Widerstand in Ω.

Der Leitungswiderstand für eine Doppelleitung (Hin- und Rückleitung des Stromkreises) ist

$$R = \frac{2 \cdot l \cdot \rho}{q};$$

R = Widerstand in Ω, l = einfache Länge in m, ρ = spezifischer Widerstand in Ω mm²/m, q = Leiterquerschnitt in mm². Wird das Ohmsche Gesetz nach dem Widerstand R umgeformt

$$R = \frac{U_V}{I}$$

und werden die beiden Formeln für R gleichgesetzt, so erhält man

$$\frac{U_V}{I} = \frac{2 \cdot l \cdot \rho}{q}.$$

Der Spannungsverlust auf der Leitung ist dann

$$U_V = \frac{2 \cdot I \cdot l \cdot \rho}{q}.$$

Für einen maximal vertretbaren Spannungsverlust bei einer bestimmten Stromstärke I berechnet man den für eine Leitung erforderlichen Querschnitt, indem man obige Gleichung nach q auflöst:

$$q = \frac{2 \cdot I \cdot l \cdot \rho}{U_V}$$

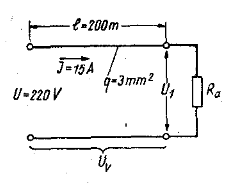
Beispiel 49:

Ein Verbraucher benötigt eine Stromstärke von $I = 15$ A und befindet sich in einer Entfernung von $l = 200$ m von der Stromquelle mit einer Klemmenspannung von $U = 220$ V (Bild 24). Als Material für die Doppelleitung dient Kupferdraht mit einem Querschnitt von $q = 3$ mm².

a) Wie groß ist der Spannungsabfall U_V auf der Leitung?

b) Welche Spannung steht dem Verbraucher zur Verfügung?

Bild 24
Beispiel zum Spannungsverlust auf Leitungen (Beispiel 49)



c) Wie groß ist der Spannungsabfall, wenn als Leitermaterial Aluminiumdraht gleichen Querschnitts verwendet wird?

d) Wie groß ist für den Fall c) die dem Verbraucher zur Verfügung stehende Spannung?

a) $U_V = \frac{2 \cdot I \cdot l \cdot \rho}{q} \left(\text{für Kupfer ist } \rho = 0{,}0178 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}\right)$

$$U_V = \frac{2 \cdot 15 \cdot 200 \cdot 0{,}0178}{3} = 2 \cdot 5 \cdot 200 \cdot 0{,}0178$$

$$U_V = 2000 \cdot 0{,}0178 = 35{,}6 \text{ V}$$

b) $U_1 = U - U_V = 220 - 35{,}6 = 184{,}4 \text{ V}$

c) $\left(\text{für Aluminium ist } \rho = 0{,}0286 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}\right)$

$$U_V = \frac{2 \cdot 15 \cdot 200 \cdot 0{,}0286}{3} = 2000 \cdot 0{,}0286$$

$$U_V = 57{,}2 \text{ V}$$

d) $U_1 = U - U_V = 220 - 57{,}2 = 162{,}8 \text{ V}$

Bei einer Aluminiumleitung ist also der Spannungsverlust um $57{,}2 - 35{,}6 = 21{,}6$ V größer.

Beispiel 50:

Wie groß muß der Leiterquerschnitt q sein, wenn der Spannungsverlust bei

a) einer Kupferleitung
b) einer Aluminiumleitung

maximal 5 % der Klemmenspannung nach dem Lösungsbeispiel 49 sein soll?

c) Wie groß sind die Durchmesser der Leitungen bei a) und b)?

$$U = 220 \text{ V} = 100\,\%; \quad 5\,\% = \frac{5 \cdot 220}{100} = 5 \cdot 2{,}2$$
$$= 11 \text{ V}$$

$$\text{a)}\quad q = \frac{2 \cdot I \cdot l \cdot \rho}{U_v} = \frac{2 \cdot 15 \cdot 200 \cdot 0{,}0178}{11}$$

$$= \frac{6000 \cdot 0{,}0178}{11} = \frac{6 \cdot 17{,}8}{11} = \frac{106{,}8}{11} = 9{,}7 \text{ mm}^2$$

$$\text{b)}\quad q = \frac{6000 \cdot 0{,}0286}{11} = \frac{6 \cdot 28{,}6}{11} = \frac{171{,}6}{11} = 15{,}6 \text{ mm}^2$$

$$\text{c)}\quad q = 0{,}785 \cdot d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{q}{0{,}785}}$$

Kupfer: $d = \sqrt{\frac{9{,}7}{0{,}785}} = \sqrt{12{,}37} = 3{,}5 \text{ mm}$

Aluminium: $d = \sqrt{\frac{15{,}6}{0{,}785}} = \sqrt{19{,}8} = 4{,}45 \text{ mm}$

In Bild 16b wurde bereits der belastete Spannungsteiler gezeigt. Dabei liegt dem Widerstand R_1 der an die niedrigere Ausgangsspannung U_1 angeschlossene Belastungswiderstand R_a parallel. Für den Spannungsteiler sind also die beiden Widerstände

R_2 und $R_1 \parallel R_a$ (lies „R_1 parallel R_a")

wirksam. Deshalb wird die am Spannungsteiler anliegende Gesamtspannung nicht mehr im Verhältnis der Widerstände R_1 und R_2 aufgeteilt. Bei der Dimensionierung solcher belasteten Spannungsteiler ist darauf zu achten, daß der durch die Widerstände R_1 und R_2 fließende Querstrom das Mehrfache des für den Verbraucherwiderstand R_a benötigten Stromes betragen muß.

Beispiel 51:

In Bild 25 ist ein belasteter Spannungsteiler mit den entsprechenden Werten gezeigt. Wie groß werden die Spannungen U_1 und U_2, die Ströme I, I_1 und I_2?

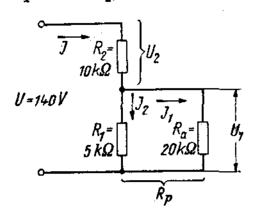


Bild 25
Schaltung eines belasteten Spannungsteilers (Beispiel 51)

Zuerst muß man den Strom I berechnen. Dafür benötigt man den Wert der Widerstandsschaltung $R_2 + R_1 \| R_a$.

$$R_2 = 10\,k\Omega$$

$$R_p = R_1 \| R_a = \frac{R_1 \cdot R_a}{R_1 + R_a} = \frac{5 \cdot 20}{5 + 20} = \frac{100}{25} = 4\,k\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_2 + R_p} = \frac{140}{10 + 4} = \frac{140}{14} = 10\,mA$$

$$U_1 = I \cdot R_p = 10 \cdot 4 = 40\,V$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = 10 \cdot 10 = 100\,V$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_a} = \frac{40}{20} = 2\,mA$$

$$I_2 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{40}{5} = 8\,mA$$

Beweise: $U = U_1 + U_2 = 40 + 100 = 140\,V$

$$I = I_1 + I_2 = 2 + 8 = 10\,mA$$

Widerstände können schaltungsmäßig in den verschiedensten Kombinationen erscheinen. Dabei erfolgt die Berechnung des Gesamtwiderstands mit Hilfe der Formeln für die Reihen- und die Parallelschaltung. Zuerst werden immer die Ersatzwiderstände der Parallelschaltung berechnet. Zwei Beispiele sollen das zeigen.

Beispiel 52:

In Bild 26 ist eine kombinierte Schaltung von Widerständen gezeigt. Die Werte der einzelnen Widerstände sind:

$R_1 = 1{,}2\,k\Omega$; $R_2 = 2\,k\Omega$; $R_3 = 5\,k\Omega$;
$R_4 = 600\,\Omega$; $R_5 = 800\,\Omega$; $R_6 = 4{,}8\,k\Omega$;
$R_7 = 2{,}4\,k\Omega$ und $R_8 = 2{,}4\,k\Omega$.

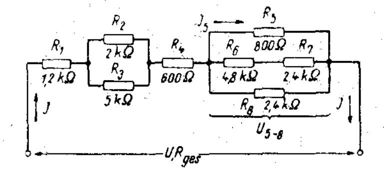


Bild 26
Gruppenschaltung von Widerständen (Beispiel 52)

Wie groß ist der Gesamtwiderstand der Schaltung nach Bild 26? Zuerst wird die Parallelschaltung $R_2 \| R_3$ berechnet.

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 5}{2 + 5} = \frac{10}{7} = 1{,}43\,k\Omega$$

Dann wird die Parallelschaltung der Widerstände

$R_5 \| R_6 + R_7 \| R_8$ berechnet.

$$\frac{1}{R_{5-8}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6 + R_7} + \frac{1}{R_8}$$

$$= \frac{1}{0{,}8} + \frac{1}{4{,}8 + 2{,}4} + \frac{1}{2{,}4}$$

$$\frac{1}{R_{5-8}} = \frac{9}{7{,}2} + \frac{1}{7{,}2} + \frac{3}{7{,}2} = \frac{13}{7{,}2}$$

$$R_{5-8} = \frac{7{,}2}{13} = 0{,}554\ \text{k}\Omega = 554\ \Omega$$

Jetzt haben wir eine Reihenschaltung von einfachen Widerständen, so wie sie Bild 27 zeigt. Den Gesamtwiderstand erhalten wir nunmehr durch eine Addition der Widerstandswerte in kΩ.

$$R_{ges} = R_1 + R_{2,3} + R_4 + R_{5-8}$$

$$R_{ges} = 1{,}2 + 1{,}43 + 0{,}6 + 0{,}554 = 3{,}784\ \text{k}\Omega$$

Bild 27
Errechnete Reihenschaltung nach Bild 26

Beispiel 53:

Wenn jetzt gefragt wird, wie groß in Beispiel 52 bei U = 220 V der Strom durch den Widerstand R_5 sein soll, so muß man wie folgt vorgehen:

Zuerst wird mit Hilfe des Gesamtwiderstands die Gesamtstromstärke berechnet.

$$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{220}{3{,}784} = 0{,}0582\ \text{A} = 58{,}2\ \text{mA}$$

Dann berechnet man den Spannungsabfall über der Parallelschaltung der Widerstände R_5 bis R_8.

$$U_{5-8} = I \cdot R_{5-8} = 0{,}0582 \cdot 554 = 32{,}2\ \text{V}$$

Die Stromstärke durch R_5 ist dann

$$I_5 = \frac{U_{5-8}}{R_5} = \frac{32{,}2}{800} = 0{,}0403\ \text{A} = 40{,}3\ \text{mA}.$$

Durch den Widerstand R_5 fließt also ein Strom von 40,3 mA.

Beispiel 54:

In Bild 28 ist eine Gruppenschaltung von 6 Widerständen gezeigt, die alle eine Größe von R = 100 Ω haben. Wie groß ist der Gesamtwiderstand?

$$R_{3,4} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{100 \cdot 100}{200} = \frac{100}{2} = 50\ \Omega$$

$$R_{2-4} = R_2 + R_{3,4} = 100 + 50 = 150\ \Omega$$

Die Parallelschaltung mit R_1 ergibt

$$R_{1-4} = \frac{R_{2-4} \cdot R_1}{R_{2-4} + R_1} = \frac{150 \cdot 100}{150 + 100} = \frac{15000}{250} = 60\ \Omega,$$

$$R_{1-5} = R_{1-4} + R_5 = 60 + 100 = 160\ \Omega,$$

$$R_{ges} = \frac{R_{1-5} \cdot R_6}{R_{1-5} + R_6} = \frac{160 \cdot 100}{160 + 100} = \frac{16000}{260} = 61{,}5\ \Omega.$$

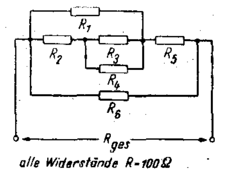


Bild 28
Gruppenschaltung von Widerständen (Beispiel 54)

Die kombinierte Anwendung von Strom- und Spannungsteilung findet man z. B. in Heizkreisschaltungen von Elektronenröhren. Werden die Heizfäden der Elektronenröhren in Reihenschaltung betrieben (das ist vor allem bei Allstromschaltungen der Fall), so fließt durch den gesamten Heizkreis die gleiche Stromstärke. Deshalb haben die speziellen Röhren (U-Serie) für Allstromschaltungen stromgeeichte Heizfäden für eine Stromstärke von 0,1 A.

Wird nun eine gemischte Bestückung mit Elektronenröhren verschiedener Heizstromstärken vorgenommen, so muß der Heizstromkreis für die größte Heizstromstärke ausgelegt werden. Die Folge wäre, daß bei den Elektronenröhren mit einer geringeren Heizstromstärke der Heizfaden durchbrennen würde. Für solche Heizfäden muß deshalb mittels eines Parallelwiderstands eine Stromteilung vorgenommen werden, damit nur der für diese Elektronenröhren festgelegte Heizstrom durch den Heizfaden fließt.

Beispiel 55:

Bild 29 zeigt eine solche Heizstromschaltung mit Elektronenröhren, die unterschiedliche Heizstromstärken von 0,1 A, 0,15 A und 0,3 A aufweisen. Die Stromstärke für den Heizstromkreis muß deshalb 0,3 A betragen. Die verwendeten Röhren in Bild 29 haben folgende Heizdaten:

PCC 84	7,2 V/0,3 A	ECC 83	12,60 V/0,15 A
UF 89	12,6 V/0,1 A	UL 84	48 V/0,1 A
UABC 81	28,5 V/0,1 A		

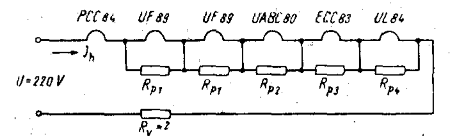


Bild 29 Heizkreisschaltung für Elektronenröhren mit verschiedenen Heizstromstärken (Beispiel 55)

Der Spannungsabfall über den Heizfäden in Reihenschaltung ist gleich der Summe der einzelnen Heizspannungen.

$$U_n = 7,2 + 12,6 + 12,6 + 28,5 + 12,6 + 48 = 121,5 \text{ V}$$

Die Netzspannung beträgt $U = 220$ V. Am Heizkreis-Vorwiderstand muß deshalb bei der Stromstärke $I_h = 0,3$ A die Differenzspannung zwischen Netzspannung und Heizspannungsabfall abfallen. Damit ist R_v nach dem Ohmschen Gesetz

$$R_v = \frac{U - U_n}{I_h} = \frac{220 - 121,5}{0,3};$$

$$R_v = \frac{98,5}{0,3} = \frac{985}{3} = 328,3\ \Omega.$$

Die Heizfäden, deren Heizstrom geringer ist als 0,3 A, müssen zur Stromteilung einen Parallelwiderstand erhalten. Bei der entsprechenden Heizspannung der Elektronenröhre muß durch den Parallelwiderstand der Differenzstrom zwischen Heizkreis-Stromstärke und Heizstrom der Elektronenröhre fließen.

UF 89: $$R_{p1} = \frac{U_H}{I_h - I_H} = \frac{12,6}{0,3 - 0,1} = \frac{12,6}{0,2} = \frac{126}{2} = 63\ \Omega$$

UABC 81: $$R_{p2} = \frac{U_H}{I_h - I_H} = \frac{28,5}{0,3 - 0,2} = \frac{28,5}{0,2} = \frac{285}{2} = 142,5\ \Omega$$

ECC 83: $R_{p3} = \frac{U_H}{I_h - I_H} = \frac{12,6}{0,3 - 0,15} = \frac{12,6}{0,15} = \frac{1260}{15}$
$= 84\ \Omega$

UL 84: $R_{p4} = \frac{U_H}{I_h - I_H} = \frac{48}{0,3 - 0,1} = \frac{48}{0,2} = \frac{480}{2} = 240\ \Omega$

Eine sehr häufig verwendete Schaltung in der praktischen Elektrotechnik ist die Wheatstonesche Brückenschaltung, die im Prinzip in Bild 30 dargestellt ist. Im Brückenzweig befindet

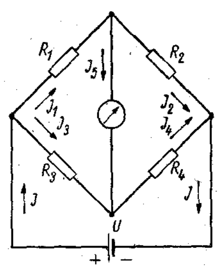


Bild 30
Prinzipschaltung der Wheatstoneschen Brücke

sich ein Strommesser. Zeigt dieser keinen Strom an (stromloser Zustand), so ist die Brückenschaltung der 4 Widerstände abgeglichen, d. h., sie befindet sich im Gleichgewicht. In diesem Zustand müssen folgende Spannungsabfälle gleich sein:

$$I_1 \cdot R_1 = I_3 \cdot R_3 \text{ und } I_2 \cdot R_2 = I_4 \cdot R_4 .$$

Außerdem die Ströme $I_1 = I_2$ und $I_3 = I_4$.

Dividiert man die beiden Gleichungen für die Spannungsabfälle, dann ist

$$\frac{I_1 \cdot R_1}{I_2 \cdot R_2} = \frac{I_3 \cdot R_3}{I_4 \cdot R_4}.$$

Da — wie oben gezeigt — im stromlosen Zustand auch die Ströme gleich sind, ist

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{bzw.} \quad R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3 .$$

Diese Gleichung wird als die **Brückengleichung** der Wheatstoneschen Brücke bezeichnet. Man erkennt, daß das Brückengleichgewicht nur abhängig ist von den 4 Widerständen, nicht aber von der Batteriespannung oder den Strömen. Da man zu gleichen Ergebnissen kommt, wenn man die Batterie umpolt,

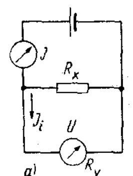
ist diese Brückenschaltung nicht nur für Gleichstrom, sondern auch für Wechselstrom brauchbar. Die Wheatstonesche Brückenschaltung benutzt man vor allem zur Widerstandsmessung, die im nächsten Abschnitt behandelt wird.

3.6 Die Widerstandsmessung

Der Widerstand ist durch das Verhältnis von Spannung zu Strom definiert:

$$R = \frac{U}{I}$$

Die Größe eines Widerstandes kann daher rechnerisch ermittelt werden, wenn man den Widerstand in einen Stromkreis schaltet und den ihn durchfließenden Strom sowie die an ihm abfallende Spannung mißt. Die Schaltung nach Bild 31a verwendet man zur Messung kleiner Widerstände. Es ist lediglich



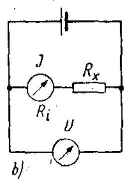


Bild 31
Schaltungen zur Widerstandsmessung durch eine Strom-Spannungs-Messung für kleine Widerstände (a) und für große Widerstände (b)

der Stromverbrauch des Voltmeters vom Gesamtstrom abzuziehen. Daher erhält man folgende Formel:

$$R_x = \frac{U}{I - I_i};$$

R_x = Widerstandswert des unbekannten Widerstandes in Ω,
U = Meßspannung in V, I = Stromstärke im Meßkreis in A,
J_i = Stromverbrauch des Voltmeters in A.

Bei größeren Widerständen kann man die Schaltung nach Bild 31b benutzen, wobei der direkt durch den Widerstand fließende Strom gemessen wird. Da der Spannungsabfall am Strommesser mitgemessen wird, ist der Innenwiderstand des Strommessers vom errechneten Wert des unbekannten Widerstandes abzuziehen.

$$R_x = \frac{U}{I} - R_i;$$

R_i = Innenwiderstand des Strommessers in Ω.

Vernachlässigt man die Werte der Meßinstrumente, weil sie gering sind gegenüber den Werten zur Bestimmung des unbekannten Widerstandes R_x, so erhält man für beide Meßverfahren die Formel

$$R \approx \frac{U}{I}.$$

Den Wert eines Widerstandes R_x kann man auch bestimmen, wenn nur ein Spannungsmesser zur Verfügung steht. Die Schaltung dafür zeigt Bild 32. Einschränkend sei gesagt, daß

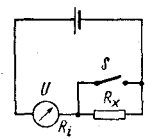


Bild 32
Widerstandsmessung durch eine doppelte Spannungsmessung

diese Schaltung nur bei größeren Widerstandswerten anwendbar ist. Zur Berechnung des unbekannten Widerstandes muß man einmal die Klemmenspannung U_1 messen (Schalter S geschlossen) und zum anderen die Spannung U_2 bei eingeschaltetem Widerstand R_x (Schalter S offen). Unter Berücksichtigung des Innenwiderstands R_i des Spannungsmessers erhält man den Widerstandswert für R_x aus folgender Formel:

$$R_x = R_i \left(\frac{U_1}{U_2} - 1\right);$$

R_x = Widerstandswert des unbekannten Widerstandes in Ω, R_i = Innenwiderstand des Spannungsmessers in Ω, U_1 = Klemmenspannung in V, U_2 = Spannung in V bei eingeschaltetem Widerstand R_x.

Beispiel 56:
Die Größe eines unbekannten Widerstandes soll mit Hilfe der Meßmethode nach Bild 31a bestimmt werden. Der Strommesser zeigt eine Stromstärke von 201 mA, der Spannungsmesser eine Spannung von 10 V an. Für den Spannungsmesser ist eine Stromstärke von 1 mA zum Erreichen des Endausschlags erforderlich.

a) Wie groß ist der unbekannte Widerstand unter Berücksichtigung des Instrumentenstroms?

b) Welchen Widerstandswert berechnet man, wenn man den Instrumentenstrom vernachlässigt?

$$\text{a)}\quad R_x = \frac{U}{I - I_i} = \frac{10}{0{,}201 - 0{,}001} = \frac{10}{0{,}2} = \frac{100}{2} = 50\ \Omega$$

$$\text{b)}\quad R_x = \frac{U}{I} = \frac{10}{0{,}201} = \frac{10000}{201} = 49{,}75\ \Omega$$

Beispiel 57:

Bei einer Widerstandsbestimmung nach Bild 31 b werden die Werte $U = 120$ V und $I = 10$ mA gemessen. Der Strommesser besitzt einen Innenwiderstand von $R_i = 10\ \Omega$. Berechne

a) den Widerstandswert bei Berücksichtigung des Innenwiderstands des Strommessers,

b) den Widerstandswert ohne Berücksichtigung von R_i.

$$\text{a)}\quad R_x = \frac{U}{I} - R_i = \frac{120}{0{,}01} - 10 = \frac{12000}{1} - 10$$

$$R_x = 11990\ \Omega = 11{,}990\ \text{k}\Omega$$

$$\text{b)}\quad R_x = \frac{U}{I} = \frac{120}{0{,}01} = \frac{12000}{1} = 12000\ \Omega = 12\ \text{k}\Omega$$

Beispiel 58:

Die Größe eines Widerstandes soll mit der Methode nach Bild 32 bestimmt werden. Es werden die Spannungen $U_1 = 300$ V und $U_2 = 50$ V gemessen. Im 300-V-Meßbereich hat der verwendete Vielfachmesser einen Innenwiderstand von 100 kΩ. Wie groß ist der aus den Messungen ermittelte Widerstandswert?

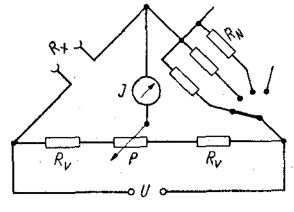
$$R_x = R_i \left(\frac{U_1}{U_2} - 1\right) = 100 \left(\frac{300}{50} - 1\right)$$

$$R_x = 100\,(6 - 1) = 100 \cdot 5 = 500\ \text{k}\Omega$$

Im vorhergehenden Abschnitt wurde bereits gesagt, daß sich die Wheatstonesche Brückenschaltung besonders bequem zur Widerstandsmessung verwenden läßt (Bild 30). Schaltet man anstelle von R_1 den unbekannten Widerstand R_x und anstelle von R_2 einen Normalwiderstand R_N, so ist im stromlosen Zustand der Brücke

$$R_x = R_N \cdot \frac{R_3}{R_4}.$$

In der praktischen Ausführung einer Wheatstoneschen Meßbrücke wird für die Widerstände R_3 und R_4 ein Potentiometer verwendet, wobei das Meßinstrument mit einem Anschluß am Schleifer des Potentiometers liegt. Da in diesem Fall der Meßbereich zwischen Null und Unendlich festliegt, schaltet man zur Einengung des Meßbereichs auf jeder Seite des Potentiometers einen Widerstand ein, damit ein Verhältnis von 1 : 100



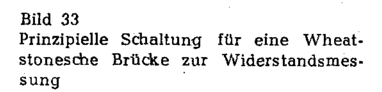


Bild 33
Prinzipielle Schaltung für eine Wheatstonesche Brücke zur Widerstandsmessung

erreicht wird. Die Bereichsänderung erfolgt durch eine Umschaltung des Normalwiderstands R_N. Bild 33 zeigt die prinzipielle Schaltung für eine solche Meßbrücke. Dabei ist es gleich, ob eine Gleich- oder eine Wechselspannung zur Brückenspeisung benutzt wird.

4. ELEKTRISCHE ENERGIE UND LEISTUNG

4.1 Die elektrische Arbeit

Wird eine bestimmte Elektrizitätsmenge Q von einer Spannung U durch einen elektrischen Verbraucher bewegt, so bedeutet das eine bestimmte elektrische Arbeit. Da die Elektrizitätsmenge Q definiert ist als

$$Q = I \cdot t;$$

Q = Elektrizitätsmenge in As, I = Stromstärke in A, t = Zeit in s,
ergibt sich für die elektrische Arbeit A:

$$A = U \cdot I \cdot t;$$

A = Elektrische Arbeit in Ws (Wattsekunden), U = Spannung in V.
Wird ein W (Watt — englischer Erfinder, 1763—1819) eine Sekunde lang verbraucht, so ist das 1 Ws, der Verbrauch in einer Stunde 1 Wh. Wird ein kW in einer Stunde verbraucht, so spricht man von einer kWh (Kilowattstunde).

$$1 \text{ Wh} = 3600 \text{ Ws}$$
$$1 \text{ kWh} = 3600000 \text{ Ws} = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ Ws}$$

Für die elektrische Arbeit in kWh ist

$$A = \frac{U \cdot I \cdot t}{1000},$$

wobei t in h einzusetzen ist. Gemessen wird die elektrische Arbeit meist mit dem Elektrizitätszähler, wie man ihn in jedem Haushalt findet. Dabei ist die Drehgeschwindigkeit der umlaufenden Scheibe proportional dem Produkt $U \cdot I$. Die Drehungen der Scheibe werden durch ein in kWh geeichtes Zählwerk registriert. Die vom Elektrizitätszähler registrierten Angaben dienen zur Berechnung der Stromkosten, da der Verbraucher dem Elektrizitätswerk die elektrische Arbeit vergüten muß. Der Tarif ist im allgemeinen 0,08 DM je kWh. Neuere Zähler benötigen bei einer Netzspannung von 220 V meist

1 200 Umdrehungen für 1 kWh. Zählt man in einer bestimmten Zeit t die Anzahl der Umdrehungen n der Scheibe, so ist

$$A = \frac{60 \cdot n}{U \cdot t};$$

A = elektrische Arbeit in kWh, n = Zahl der Umdrehungen in der Zeit t, t = Beobachtungszeit in min, U = Umdrehungen je kWh des Elektrizitätszählers.

Beispiel 59:

Ein Amateursender nimmt an einer Netzspannung von 220 V einen Strom von 1,3 A auf.

a) Wieviel kWh werden verbraucht, wenn der Sender 5 Stunden in Betrieb ist?

b) Welche Stromkosten entstehen, wenn 1 kWh 0,08 DM kostet?

a)
$$A = \frac{U \cdot I \cdot t}{1000} = \frac{220 \cdot 1{,}3 \cdot 5}{1000} = \frac{220 \cdot 6{,}5}{1000}$$

$$A = \frac{1\,430}{1\,000} = 1{,}43 \text{ kWh}$$

b) Stromkosten: $1{,}43 \cdot 0{,}08 \approx 0{,}11$ DM

Beispiel 60:

Bei einem Elektrizitätszähler werden in einer Minute 35 Umdrehungen der Scheibe gezählt. Wieviel kWh sind das, wenn laut Angaben auf dem Typenschild 1 200 Umdrehungen je kWh erfolgen?

$$A = \frac{60 \cdot 35}{1\,200 \cdot 1} = \frac{2\,100}{1\,200} = 1{,}75 \text{ kWh}$$

4.2 Die elektrische Leistung

Leistung ist definiert als Arbeit pro Zeiteinheit. Das gilt auch für die elektrotechnischen Vorgänge. Demnach erhält man für die Leistung N

$$N = \frac{A}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t}$$

$$N = U \cdot I;$$

N = Leistung in W, U = Spannung in V, I = Strom in A.
Von der Grundeinheit abgeleitete Größen sind:

$$1\ \mathrm{W} = 10^{-3}\ \mathrm{kW} \quad \text{(Kilowatt)}$$
$$1\ \mathrm{W} = 10^{-6}\ \mathrm{MW} \quad \text{(Megawatt)}$$
$$1\ \mathrm{W} = 10^{3}\ \mathrm{mW} \quad \text{(Milliwatt)}$$
$$1\ \mathrm{mW} = 10^{-3}\ \mathrm{W}$$
$$1\ \mathrm{kW} = 10^{3}\ \mathrm{W}$$
$$1\ \mathrm{MW} = 10^{6}\ \mathrm{W}$$

Da $U = I \cdot R$ ist, kann man diese Gleichung für U in die Leistungsformel einsetzen:

$$N = I \cdot R \cdot I = I^2 \cdot R$$

Da $I = \frac{U}{R}$ ist, ist auch

$$N = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}.$$

Bei elektrischen Geräten ist auf dem Typenschild neben der Betriebsspannung oft auch die Leistungsaufnahme angegeben.

Beispiel 61:

An einer Netzspannung von U = 220 V nimmt ein Verbraucher eine Stromstärke von I = 6,6 A auf.
Wie groß ist die Leistungsaufnahme?

$$N = U \cdot I = 220 \cdot 6{,}6 = 1\,450{,}2\ \mathrm{W} = 1{,}45\ \mathrm{kW}$$

Beispiel 62:

Ein Widerstand von R = 12,5 kΩ wird von einem Strom I = 10 mA durchflossen. Welche Belastbarkeit muß der Widerstand aufweisen?

$$N = I^2 \cdot R = 0{,}01 \cdot 0{,}01 \cdot 12500$$
$$N = 0{,}0001 \cdot 12500 = 1{,}25\ \mathrm{W}$$

Der nächsthöhere Normwert ist ein Widerstand 12,5 kΩ/2 W.

Beispiel 63:

Ein NF-Verstärker hat einen Ausgangswiderstand von 15 Ω. Um die Ausgangsleistung festzustellen, wird der Ausgang mit einem Widerstand von 15 Ω belastet und die daran abfallende Spannung gemessen. Die Spannungsmessung ergibt U = 10,95 V.

Wie groß ist die vom NF-Verstärker abgegebene Leistung?

$$N = \frac{U^2}{R} = \frac{10{,}95^2}{15} = \frac{10{,}95 \cdot 10{,}95}{15}$$

$$N = \frac{120}{15} = 8 \text{ W}$$

4.3 Wärmewirkungen des elektrischen Stromes

Daß der elektrische Strom Wärme erzeugen kann, kennt man aus zahlreichen praktischen Anwendungen. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie aber bedingt es, daß eine Energieform nur durch Umwandlung aus einer anderen Energieform gewonnen werden kann. Die durch den elektrischen Strom z. B. in einem Widerstand erzeugte Wärmemenge ist deshalb äquivalent der elektrischen Arbeit. Da die Wärmemenge in cal (Kalorien) bzw. kcal (Kilokalorien) gemessen wird, ist die Gleichung mit einem Faktor, dem elektrischen Wärmeäquivalent, zu multiplizieren. Das elektrische Wärmeäquivalent entspricht für

$$1 \text{ Ws} = 0{,}239 \text{ cal},$$
$$1 \text{ kWh} = 860 \text{ cal}.$$

Für die Berechnung der Wärmemenge Q erhält man damit folgende Formel:

$$Q = 0{,}239 \cdot U \cdot I \cdot t;$$

Q = Wärmemenge in cal, U = Spannung in V, I = Stromstärke in A, t = Zeit in s,

$$\text{oder} \quad Q = 860 \cdot \frac{U \cdot I \cdot t}{1000};$$

Q = Wärmemenge in kcal, t = Zeit in h.

Die Wärmewirkung des elektrischen Stromes wird bei Beleuchtung, Erwärmung und Heizung benutzt.

Beispiel 64:

Ein Tauchsieder hat eine Betriebsspannung von U = 220 V und einen Widerstand von R = 50 Ω. Wie groß ist die während einer Betriebszeit von t = 3 min erzeugte Wärmemenge in cal?

$$I = \frac{U}{R}$$

$$Q = 0{,}239 \cdot \frac{U^2}{R} \cdot t = 0{,}239 \cdot \frac{220^2}{50} \cdot 3$$

$$Q = 0{,}239 \cdot \frac{48\,400}{50} \cdot 180 = 0{,}239 \cdot 968 \cdot 180$$

$$Q = 0{,}239 \cdot 174\,240 = 41\,643{,}4 \text{ cal}$$

4.4 Andere Energieumformungen des elektrischen Stromes

Bei der Energieumformung treten außer den gewünschten Energien andere auf, die den Umwandlungswirkungsgrad herabsetzen.

Der Wirkungsgrad ist daher definiert als

$$\eta = \frac{\text{abgegebene Leistung}}{\text{zugeführte Leistung}} = \frac{N_{ab}}{N_{zu}}$$

(η = griechischer Buchstabe „Eta").

Dazu kann man sagen, daß die zugeführte Leistung N_{zu} gleich ist der abgegebenen Leistung N_{ab} plus der Verlustleistung N_v, also

$$\eta = \frac{N_{ab}}{N_{ab} + N_v}.$$

Elektrische Energie läßt sich durch Umwandlung aus anderen Energieformen herstellen, wobei diese Prozesse auch meist umkehrbar sind. Da eine eingehende Behandlung den Rahmen dieser Broschüre sprengen würde, soll nur das Wichtigste angegeben werden.

a) Umformung mechanischer Energie in elektrische Energie und umgekehrt:

Bei einem Generator wird an der Ankerwelle mechanische Energie zugeführt und an den Klemmen elektrische Energie abgenommen. Bei einem Motor wird den Klemmen elektrische Energie zugeführt und an der Ankerwelle mechanische Energie abgenommen. Für die Umrechnung mechanischer und elektrischer Leistungen werden folgende Umrechnungswerte verwendet:

$$1 \text{ W} = 0{,}102 \frac{\text{kpm}}{\text{s}}$$

$$1\,\mathrm{kW} = 1{,}36\,\mathrm{PS}$$

$$1\,\frac{\mathrm{kpm}}{\mathrm{s}} = 9{,}81\,\mathrm{W}$$

$$1\,\mathrm{PS} = 736\,\mathrm{W}$$

Andere mechanische Energieumformer sind z. B. Kristallmikrofone und Kristalltonabnehmer (Piezoelektrizität).

b) Umwandlung chemischer Energie in elektrische Energie und umgekehrt:

Bei den Primärelementen (Trockenbatterien) entsteht aus chemischer Energie elektrische Energie. Bei den Akkumulatoren sind die Vorgänge umkehrbar, da bei der Ladung aus elektrischer Energie chemische Energie entsteht und bei der Entladung der Prozeß umgekehrt verläuft.

c) Umwandlung von Wärmeenergie in elektrische Energie und umgekehrt:

Durch Temperaturerhöhung in einem Leiter oder Verbraucher (Heizofen, Tauchsieder usw.) entsteht aus elektrischer Energie Wärmeenergie. Wird bei einem Thermoelement die Lötstelle zweier verschiedener Metalle erwärmt, so entsteht eine elektrische Spannung.
Die Umrechnungswerte für Wärme- und elektrische Energie wurden bereits in Abschnitt 4.3 angegeben.

d) Umformung von Lichtenergie in elektrische Energie und umgekehrt:

Glühlampen verwandeln elektrische Energie durch ihren hocherhitzten Glühfaden in Lichtenergie. Umgekehrt können Fotozellen bei Auftreffen von Lichtenergie eine elektrische Urspannung erzeugen.

4.5 Bleisammler und alkalische Sammler

Sammler, Elemente, Akkumulatoren oder Batterien vermögen elektrische Energie abzugeben bzw. zu speichern. Man muß unterscheiden zwischen Primärelementen und Sekundärelementen.
Primärelemente sind z. B. die bekannten Trockenbatterien, bei denen primäre chemische Wirkung elektrische Energie erzeugt.

Zwei Elektroden befinden sich in einem Elektrolyten (meist einer Salzlösung), der eingedickt ist. Bild 34 zeigt einen Querschnitt durch ein modernes Stabelement (z. B. Monozelle). Die verwendeten Elektrodenmaterialien richten sich nach der elektrochemischen Spannungsreihe. Für Primärelemente werden heute meist Zink (— 0,77 V) und Kohlenstoff (+ 0,75 V) als

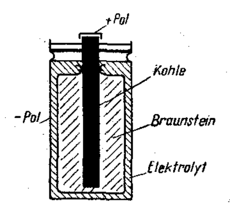


Bild 34
Aufbau eines Primärelementes (Stabbatterie)

Elektrodenmaterial verwendet. Deshalb besitzt ein solches Primärelement eine Urspannung von 1,5 V.

Monozelle	1,5 V	(1 Element)
Stabbatterie	3,0 V	(2 Elemente)
Flachbatterie	4,5 V	(3 Elemente)

Der in Bild 34 um die Kohleelektrode (Graphit) angeordnete Beutel mit Braunstein dient zur Depolarisation, da sich ohne ihn bei Stromentnahme an der Kohleelektrode Wasserstoff absondern würde, der die Leistungsfähigkeit der Batterie stark herabsetzt. Mit dem Sauerstoff des Braunsteins verbindet sich der Wasserstoff zu Wasser und ist dadurch unschädlich. Zu beachten ist, daß sich das Kohle-Zink-Element bei längerer Lagerzeit von selbst entlädt. Größere Batterien benutzen zur Depolarisation den Luftsauerstoff, z. B. die bekannte Anodenbatterie BAS 80. Diese Batterien können länger gelagert werden, da man erst bei der Inbetriebnahme die Wege für den Luftsauerstoff öffnet.

Die Akkumulatoren (Akkus) oder Sammler zählen zu den **Sekundärelementen,** die erst aufgeladen werden müssen, ehe sie elektrische Energie abgeben können. Da die Energie einem geladenen Akku zu beliebiger Zeit entnommen werden kann, bezeichnet man die Akkus auch als **Energiespeicher.** Die Energiespeicherung erfolgt auf elektrochemischen Wege, da bei der

Ladung elektrische Energie in chemische und bei der Entladung chemische in elektrische Energie umgesetzt wird.

In der Praxis werden zwei Arten von Akkumulatoren verwendet, der Bleiakku und der Stahlsammler. Beide bringen Vor- und Nachteile mit sich. Der Bleiakku hat eine größere Spannung (etwa 2 V), einen guten Wirkungsgrad (70 bis 75%) und erfordert geringe Anschaffungskosten. Allerdings muß er einwandfrei gepflegt werden (ständige Wartung), er darf nicht lange in ungeladenem Zustand stehen und auch nicht längere Zeit überbelastet werden, sowohl beim Laden als auch beim Entladen. Der Bleiakku entlädt sich selbst und muß daher von Zeit zu Zeit aufgeladen werden.

Der Stahlsammler dagegen ist wesentlich unempfindlicher in der Behandlung. Er kann überbelastet werden (schnelle Aufladung), verträgt mechanische Erschütterungen, und der Elektrolyt greift die Platten nicht an, wie es beim Bleiakku geschieht. Nachteilig sind seine geringere Spannung (etwa 1,2 V) und sein geringerer Wirkungsgrad (50 bis 60%).

Der Bleiakku benutzt als Elektrolyten verdünnte Schwefelsäure. Die positive Platte besteht aus Bleidioxyd, die negative Platte aus Bleischwamm, wenn der Bleiakku geladen ist. Bei der Entladung wandeln sich beide Platten in Bleisulfat um. Mit zunehmender Ladung steigt die Säuredichte an. Man mißt deshalb die Säuredichte mit dem sogenannten Aräometer. Im entladenen Zustand muß die Säuredichte 1,18 g/cm^3, im geladenen Zustand 1,20 g/cm^3 betragen. Für die Nachfüllung soll die verdünnte Schwefelsäure eine Säuredichte von 1,18 g/cm^3 haben. Bei der Ladung entsteht das explosive Knallgas, deshalb muß für eine gute Lüftung gesorgt werden. Zum Verdünnen der Schwefelsäure darf nur destilliertes Wasser verwendet werden, da Leitungswasser den Akkumulator unbrauchbar macht.

Bei den Stahlsammlern unterscheidet man zwischen dem Nickel-Eisen-Sammler und dem Nickel-Kadmium-Sammler. Verwendet wird vor allem der zweite Typ, als NC-Sammler bekannt. Als Elektrolyt wird Kalilauge mit einer Dichte von 1,20 g/cm^3 eingefüllt. Im entladenen Zustand besteht die positive Platte aus Nickelhydroxyd, die negative Platte aus Kadmiumhydroxyd. Ist der Sammler geladen, so wird die positive Platte zu

Nickel(3)hydroxyd, die negative Platte zu metallischem Kadmium. Die Kalilauge sollte nach ein- bis zweijähriger Betriebszeit gewechselt werden. Der Stahlsammler kann in entladenem Zustand aufbewahrt werden. Beim Laden des NC-Sammlers entwickelt sich wenig Gas. Dadurch wurde die Entwicklung gasdichter NC-Sammler möglich, deren Anwendungsgebiet von der Grubenlampe bis zur kleinen Knopfzelle reicht.

Batterien und Akkus bzw. Sammler werden zur Stromversorgung von transportablen Geräten benutzt. Sie dienen aber auch in Stromversorgungsanlagen zur Speicherung von überschüssiger Energie, die sie dann bei Bedarf wieder abgeben (Pufferbetrieb).

5. DAS ELEKTRISCHE FELD

5.1 Bestimmungsgrößen des elektrischen Feldes

Legt man an zwei isoliert aufgestellte Platten eine elektrische Gleichspannung, so lädt sich durch die Wirkung der Spannung die eine Platte positiv, die andere Platte negativ auf. Da sich ungleichartige Ladungen anziehen, wirken zwischen beiden Platten bestimmte Kräfte. Den Raum zwischen den beiden Platten, in dem die Kräfte der elektrischen Ladungen wirken, bezeichnet man als **elektrisches Feld.** Die Stärke des elektrischen Feldes ist abhängig von der Größe der angelegten Gleichspannung U und vom Abstand l der Platten. Je dichter sich die Platten gegenüberstehen, desto größer wird durch die verkürzte

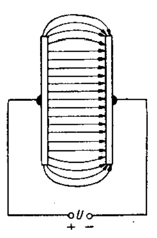


Bild 35
Verlauf der Feldlinien zwischen zwei geladenen Platten

Feldlinienlänge die Feldstärke. Die Feldlinien verlaufen, wie Bild 35 zeigt, geradlinig zwischen den Platten. Nur an den Plattenrändern zeigen sie einen anderen Verlauf. Die zwei geladenen Platten stellen einen Kondensator dar.
Für die Größe der Feldstärke E ergibt sich aus obiger Darstellung

$$E = \frac{U}{l};$$

E = Feldstärke in V/cm, U = Spannung in V, l = Plattenabstand in cm.
Die Feldstärke kann durch Erhöhung der Spannung oder Verringerung des Plattenabstands beliebig gesteigert werden. Bei einem bestimmten Wert der Feldstärke erfolgt ein Durchschlag, und der Kondensator entlädt sich. Diesen Grenzwert der Feldstärke bezeichnet man als Durchschlagsfestigkeit. In der Praxis

ist deshalb für Kondensatoren eine bestimmte Betriebsspannung angegeben.

Beispiel 65:

Die an zwei gegenüberstehende Platten angelegte Gleichspannung ist U = 350 V, der Plattenabstand l = 1 mm.
Wie groß ist die Feldstärke zwischen den beiden Platten?

$$E = \frac{U}{l} = \frac{350}{0,1} = 3500 \frac{V}{cm}$$

Der zwischen den Platten befindliche Stoff wird als **Dielektrikum** bezeichnet und übt einen bestimmten Einfluß aus. Die Kenngröße für dieses Verhalten ist die relative Dielektrizitätskonstante ε_r (für einige Stoffe im Tabellenanhang aufgeführt). Für die bisherigen Betrachtungen war das Dielektrikum Luft, für die $\varepsilon_r = 1$ festgelegt ist.
Eine weitere wichtige Beziehung des elektrischen Feldes zeigt die Formel

$$Q = C \cdot U.$$

Diese Formel sagt aus, daß die Größe der auf den Platten befindlichen Ladung Q proportional ist der angelegten Spannung U und einem Faktor C. Das Formelzeichen C bedeutet die Kapazität eines Kondensators, und man meint damit das Fassungsvermögen des Kondensators.

Die Größe der Kapazität eines Kondensators hängt ab

a) von der Größe der Flächen F, die sich gegenüberstehen, wobei mit zunehmender Fläche die Kapazität größer wird,

b) von der Größe des Plattenabstandes d, wobei mit kleiner werdendem Plattenabstand die Kapazität größer wird, und

c) von der Dielektrizitätskonstanten ε des Materials, das sich als Dielektrikum zwischen den Platten befindet.

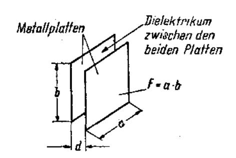


Bild 36
Prinzipdarstellung eines Plattenkondensators

Mit größer werdender Dielektrizitätskonstante des Materials wird auch die Kapazität des Kondensators größer (Bild 36). Formelmäßig ausgedrückt heißt das:

$$C = \frac{\varepsilon \cdot F}{d};$$

C = Kapazität in pF, F = wirksame Plattengröße in cm^2, d = Plattenabstand in cm, ε = Dielektrizitätskonstante.
Zur Dielektrizitätskonstanten ist noch einiges zu sagen. Mit ε bezeichnet man die absolute Dielektrizitätskonstante. Sie setzt sich zusammen aus der Dielektrizitätskonstanten

ε_0 für das Vakuum und der relativen Dielektrizitätskonstanten ε_r des verwendeten Materials (Isolierstoff):

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$$

Dabei ist $\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-14} \frac{As}{V \cdot cm}.$

Die Werte der relativen Dielektrizitätskonstanten ε_r sind für die wichtigsten Isolierstoffe in einer Tabelle im Anhang aufgeführt.
Nach der Formel

$$C = \frac{Q}{U}$$

ist die Dimensionsgleichung As/V. Aber als Maßeinheit der Kapazität wird das Farad verwendet.

$$1 \frac{As}{V} = 1\ F$$

(M. Faraday — englischer Physiker, 1791—1867)
Die Maßeinheit 1 F ist für die praktische Anwendung zu groß. Kleinere Maßeinheiten sind:

$1\ \mu F = 1$ Mikrofarad $= 10^{-6} F$
$1\ nF = 1$ Nanofarad $= 10^{-9} F$
$1\ pF = 1$ Pikofarad $= 10^{-12} F$

Früher verwendete man als Maßeinheit der Kapazität oft das cm. Dabei ist

1 cm = 1,1 pF bzw.
1 pF = 0,9 cm .

Setzt man in die Formel für die Kapazität die Dielektrizitätskonstante des Vakuums direkt ein, so erhält man

$$C = \frac{0{,}0886 \cdot \varepsilon_r \cdot F}{d};$$

C = Kapazität in pF, ε_r = relative Dielektrizitätskonstante, F = wirksame Plattenfläche in cm², d = Plattenabstand in cm.

Beispiel 66:

Zwei Metallplatten mit einer Fläche F = 75 cm² stehen sich in einem Abstand d = 1 mm gegenüber. Das Dielektrikum besteht aus Glimmer. Wie groß ist die Kapazität dieses Kondensators (laut Tabelle im Anhang relative Dielektrizitätskonstante für Glimmer $\varepsilon_r = 7$)?

$$C = \frac{0{,}0886 \cdot \varepsilon_r \cdot F}{d} = \frac{0{,}0886 \cdot 7 \cdot 75}{0{,}1}$$

$$C = \frac{0{,}0886 \cdot 525}{0{,}1} = \frac{46{,}5}{0{,}1} = 465 \text{ pF}$$

Beispiel 67:

Ein Kondensator mit der Kapazität C = 100 pF soll bei einem Glimmerdielektrikum von 1 mm Stärke verwirklicht werden. Wie groß muß die Plattenfläche F werden?

$$C = \frac{0{,}0886 \cdot \varepsilon_r \cdot F}{d}$$

$$C \cdot d = 0{,}0886 \cdot \varepsilon_r \cdot F$$

$$F = \frac{C \cdot d}{0{,}0886 \cdot \varepsilon_r} = \frac{100 \cdot 0{,}1}{0{,}0886 \cdot 7} = \frac{10}{0{,}62} = 16{,}1 \text{ cm}^2$$

5.2 Der Kondensator und seine Schaltung

Neben Widerstand und Spule ist der Kondensator ein wichtiges Bauelement in der Funktechnik. Die Ausführungsformen sind sehr zahlreich und werden meist durch das verwendete Dielektrikum unterschieden. So gibt es Luftkondensatoren (meist regelbar als Drehkondensatoren), Keramikkondensatoren, Glimmerkondensatoren, Kunstfolien- und Papierkondensatoren usw. Ausführliche Darlegungen über den Kondensator findet

man in Band 23 der Reihe „Der praktische Funkamateur" und im „Großen Radiobastelbuch".
Kondensatoren können sowohl in Reihe als auch parallelgeschaltet werden.
Bei der Parallelschaltung von Kondensatoren (Bild 37) vergrößert sich die wirksame Plattenfläche. Die Gesamtkapazität

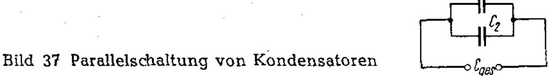


Bild 37 Parallelschaltung von Kondensatoren

muß sich deshalb vergrößern. Die Formel für die Gesamtkapazität von parallelgeschalteten Kondensatoren wird daher gleich der in Reihe geschalteter Widerstände aussehen:

$$C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots C_n$$

Es ist nur darauf zu achten, daß alle Größen in der gleichen Maßeinheit eingesetzt werden.
Werden Kondensatoren in Reihe geschaltet, so vergrößert sich der Plattenabstand. Die Gesamtkapazität muß deshalb kleiner

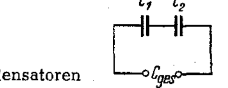


Bild 38 Reihenschaltung von Kondensatoren

werden (Bild 38). Die Berechnungsformel für die Gesamtkapazität in Reihe geschalteter Kondensatoren gleicht deshalb der parallelgeschalteter Widerstände:

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \frac{1}{C_n}$$

Für 2 in Reihe geschaltete Kondensatoren gilt dann ebenfalls

$$C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}.$$

In diesen Formeln sind dann ebenfalls alle Größen in der gleichen Maßeinheit einzusetzen.

Beispiel 68:
3 Kondensatoren mit den Kapazitäten $C_1 = 0{,}5\,\mu F$, $C_2 = 25\,nF$

und $C_3 = 2500$ pF werden parallelgeschaltet. Wie groß ist die Gesamtkapazität?

$$C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3 = 0{,}5 + 0{,}025 + 0{,}0025$$
$$C_{ges} = 0{,}5275\ \mu F$$

Man erkennt, daß bestimmte Kapazitätswerte durch Parallelschaltung einzelner Kondensatoren zu erreichen sind. Das ist wichtig, da ja Kondensatoren ebenso wie Widerstände nur in genormten Kapazitätsintervallen hergestellt werden, z. B. 50 pF, 100 pF, 1 nF, 0,1 µF usw.

Beispiel 69:
Welche Gesamtkapazität ergeben 2 in Reihe geschaltete Kondensatoren mit den Kapazitäten $C_1 = 150$ pF und $C_2 = 100$ pF?

$$C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{150 \cdot 100}{150 + 100}$$
$$C_{ges} = \frac{15000}{250} = \frac{1500}{25} = 60\ pF$$

Wie man sieht, ist die Gesamtkapazität bei der Reihenschaltung kleiner als die des kleinsten beteiligten Kondensators. Zu große Kapazitäten kann man also durch die Reihenschaltung mit einem Kondensator geeigneter Kapazität verkleinern.

Beispiel 70:
3 Kondensatoren mit $C_1 = 120$ pF, $C_2 = 150$ pF und $C_3 = 60$ pF sind in Reihe geschaltet. Wie groß ist die Gesamtkapazität?

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{120} + \frac{1}{150} + \frac{1}{60}$$
$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{5}{600} + \frac{4}{600} + \frac{10}{600} = \frac{19}{600}$$
$$C_{ges} = \frac{600}{19} = 31{,}6\ pF$$

Beispiel 71:
Zu einem Kondensator $C_1 = 500$ pF soll ein zweiter in Reihe geschaltet werden, damit eine Gesamtkapazität von $C_{ges} = 150$ pF entsteht. Wie groß muß C_2 sein?
Aus der Gleichung

$$C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

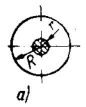
erhält man durch Umformung:

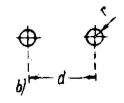
$$C_2 = \frac{C_1 \cdot C_{ges}}{C_1 - C_{ges}} = \frac{500 \cdot 150}{500 - 150}$$

$$C_2 = \frac{500 \cdot 150}{350} = \frac{500 \cdot 3}{7}$$

$$C_2 = \frac{1\,500}{7} = 214{,}3\,\text{pF}$$

Die Kapazität ist aber nicht nur an die Form industriell gefertigter Kondensatoren gebunden. Auch elektrische Leitersysteme weisen eine bestimmte Kapazität auf.





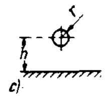


Bild 39
Skizzen zur Berechnung der Kapazität der konzentrischen Leitung (a), der Doppelleitung (b) und eines Leiters gegen Erde (c)

Kapazität des konzentrischen Kabels (Bild 39a):

$$C = \frac{0{,}242 \cdot \varepsilon_r \cdot l}{\lg \frac{R}{r}};$$

C = Kapazität in pF, ε_r = relative Dielektrizitätskonstante, R = Radius des Außenleiters in cm, r = Radius des Innenleiters in cm, $\lg R/r$ = Briggscher Logarithmus von R/r, l = Länge des Leiters in cm.

Kapazität der Doppelleitung (Bild 39b):

$$C = \frac{0{,}121 \cdot \varepsilon_r \cdot l}{\lg \frac{d}{r}} \quad (d \gg r);$$

C = Kapazität in pF, d = Leiterabstand in cm, r = Radius eines Drahtes in cm.

Kapazität eines Leiters gegen Erde (Bild 39c):

$$C = \frac{0{,}242 \cdot \varepsilon_r \cdot l}{\lg \left(\frac{2h}{r}\right)} \quad (h \gg r);$$

C = Kapazität in pF, h = Höhe über dem Erdboden in cm, r = Radius des Drahtes in cm.

Schwieriger ist die Berechnung der Kapazität von Drehkondensatoren. Kennt man die Fläche einer Platte, so ist die Kapazität bei n Platten

$$C = 0{,}0886 \cdot (n - 1) \cdot \frac{\varepsilon_r \cdot F}{d};$$

C = Kapazität in pF, n = Anzahl der Platten, ε_r = relative Dielektrizitätskonstante, F = Plattenfläche einer Platte in cm^2, d = Plattenabstand in cm.

Da Drehkondensatorplatten den speziellen Anforderungen gemäß geformt sind, ist die Ermittlung der Plattenfläche schwierig. Mit für die Praxis ausreichender Genauigkeit kann man die Plattenform auf Millimeterpapier aufzeichnen und die Fläche durch das Auszählen der Quadratmillimeter ermitteln. Für eine genauere Berechnung muß man spezielle Formeln verwenden, die z. B. in Band 21 der Reihe „Der praktische Funkamateur" (Kronjäger „Formelsammlung für den Funkamateur") enthalten sind.

5.3 Der Kondensator im Gleichstromkreis

Kondensatoren sind mit Verlusten behaftet, da das Dielektrikum noch eine geringe Leitfähigkeit aufweist. Diese Verluste bewirken, daß ein aufgeladener Kondensator allmählich seine Ladung verliert. Über den durch das Dielektrikum fließenden Strom, den man als **Isolationsstrom** bezeichnet, gleichen sich die Ladungen aus. Kennt man diesen Isolationsstrom, so kann man den Isolationswiderstand des Kondensators berechnen.

Beispiel 72:

2 Kondensatoren werden auf eine Spannung von U = 250 V aufgeladen. Die Isolationsströme betragen I = 5 μA und I = 25 μA. Wie groß ist der Isolationswiderstand der beiden Kondensatoren?

$$R = \frac{U}{I} = \frac{250}{5 \cdot 10^{-6}} = \frac{250 \cdot 10^{6}}{5} = 50\ M\Omega$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{250}{25 \cdot 10^{-6}} = \frac{250 \cdot 10^{6}}{25} = 10\ M\Omega$$

Je größer der Isolationswiderstand eines Kondensators ist, desto kleinere Verluste hat er. Das ist wichtig, da der Kondensator in der praktischen Schaltungstechnik u. a. einer Gleichspannung den Weg zum Steuergitter einer Elektronenröhre versperren soll.

Im Gegensatz zum Widerstand zeigt der Kondensator beim Anschließen an eine Spannungsquelle ein anderes Verhalten.

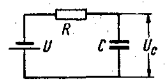


Bild 40 Schaltung für die Aufladung eines Kondensators

Wird er gemäß Bild 40 über einen Widerstand an eine Gleichspannung gelegt, so ist im Moment des Einschaltens $U_c = 0$. Der Strom muß demnach einen Höchstwert aufweisen, da er nur durch den Widerstand R begrenzt wird. Allmählich lädt sich der Kondensator bis zur Spannung U auf, und der Strom wird immer geringer. Im Endzustand ist $U_c = U$ und damit der Strom $I = 0$. Der zeitliche Verlauf von Strom und Spannung ist nicht linear, sondern erfolgt nach einer Exponentialkurve, wie sie in Bild 41 gezeigt wird. Nach der Zeit T ist die Spannung

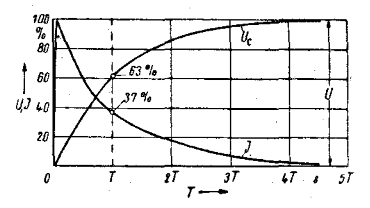


Bild 41
Zeitlicher Verlauf der Aufladung eines Kondensators

auf etwa 63% des Endwertes angestiegen und der Strom auf 37% des Maximalwertes abgesunken. Für die Berechnung des zeitlichen Verlaufs der Aufladung eines Kondensators verwendet man folgende Formeln:

$$U_c = U \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$$

$$I = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Den Wert R · C bezeichnet man als die Zeitkonstante T einer RC-Schaltung gemäß Bild 40, da die Dimension eine Zeit ist. Dimensionsgleichung:

$$R \cdot C = \frac{V}{A} \cdot \frac{As}{V} = s$$

Bei der Zeitkonstante

$$T = R \cdot C$$

ergeben sich die in Bild 41 gezeigten Verhältnisse von Strom und Spannung bei der Aufladung eines Kondensators. Die Zeitkonstante von RC-Gliedern erscheint in der Technik bei der automatischen Lautstärkeregelung eines Empfängers, bei Kippschwingungen usw.

Wird ein geladener Kondensator gemäß Bild 42 (Schalter S geschlossen) über einen Widerstand R entladen, so haben im

Bild 42
Schaltung für die Entladung eines Kondensators

ersten Moment sowohl die Spannung als auch der Strom einen Höchstwert. Der geladene Kondensator wirkt wie eine Stromquelle mit der Spannung U_c, die mit dem Widerstand R belastet wird. Die Entladung erfolgt ebenfalls nach einer exponentiellen Funktion, wobei nach der Zeit T Strom und Spannung auf

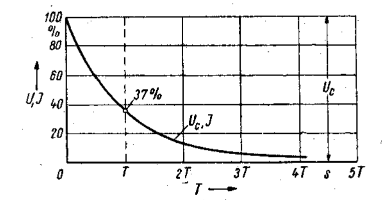


Bild 43
Zeitlicher Verlauf der Entladung eines Kondensators

37% des Maximalwertes abgesunken sind. Den zeitlichen Vorgang der Entladung zeigt Bild 43. Die Formeln für die Entladung eines geladenen Kondensators lauten:

$$U_c = U \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$I = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Eine Ladung ohne den Widerstand R (also Kurzschluß) sollte man nicht vornehmen, da der Strom I dabei sehr große Werte annehmen kann, wodurch unter Umständen der Kondensator zerstört wird.
Die einem Kondensator bei der Aufladung zugeführte Energie von der Stromquelle ist

$$W = C \cdot \frac{U^2}{2};$$

W = Energie in Ws, C = Kapazität in F, U = Spannung in V.
Die in einem Kondensator gespeicherte Energie ist nicht sehr groß. Ausgenutzt wird diese Energiespeicherung z. B. bei einem Elektronenblitzgerät, um die Blitzröhre zu zünden.

Beispiel 73:
Auf welche Gleichspannung muß der Elektrolytkondensator eines Elektronenblitzgerätes aufgeladen werden, wenn man für die Blitzröhre eine Energie von W = 62,5 Ws benötigt und der Elko eine Kapazität von C = 500 μF hat?

$$W = C \cdot \frac{U^2}{2}; \quad U = \sqrt{\frac{2\,W}{C}}$$

$$U = \sqrt{\frac{2 \cdot 62{,}5}{500 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{125 \cdot 10^6}{500}}$$

$$U = 10^3 \sqrt{\frac{1}{4}} = 10^3 \cdot \sqrt{0{,}25} = 10^3 \cdot 0{,}5$$

$$U = 500\ \mathrm{V}$$

Beispiel 74:
Wie groß ist die Zeitdauer eines Blitzes bei einem Elektronenblitzgerät, wenn der Blitzkondensator eine Kapazität von C = 500 μF hat und die Primärseite der Zündspule, über die der Kondensator entladen wird, einen Widerstand von R = 10 Ω darstellt?

$$T = R \cdot C = 10 \cdot 500 \cdot 10^{-6} = 5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}$$

$$= 5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s} = 5\ \mathrm{ms} = \frac{1}{200}\ \mathrm{s}$$

Die Blitzdauer beträgt damit 1/200 Sekunde.

6. DAS MAGNETISCHE FELD

6.1 Bestimmungsgrößen des magnetischen Feldes

Erläutert wurde bereits, daß ein elektrisches Feld auftritt, wenn eine elektrische Spannung bzw. Ladung vorhanden ist. Wenn nun ein elektrischer Strom einen Leiter durchfließt, so bildet sich ein magnetisches Feld. Es kann mit einer Magnetnadel oder durch Eisenfeilspäne nachgewiesen werden.
Dabei ist der durch eine Spule gebildete Elektromagnet identisch mit einem Stabmagneten, da sich beide Feldbilder gleichen.
Wie beim elektrischen Feld kann das magnetische Feld durch Feldlinien dargestellt werden.
Jeder Magnet hat einen Nord- und einen Südpol. Da sich ungleiche Pole immer anziehen, muß man zwei Stabmagneten richtig aneinanderlegen, sonst stoßen sie sich gegenseitig ab

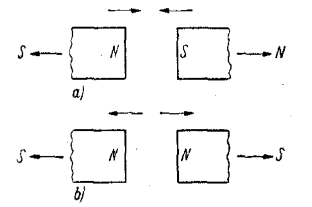
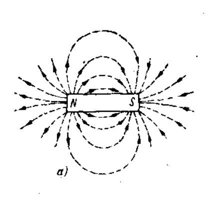


Bild 44
Ungleiche Magnetpole zweier Stabmagneten ziehen sich an (a), gleiche Magnetpole stoßen sich ab (b)

(Bild 44). Im Gegensatz zum elektrischen Feld, wo eine positive bzw. negative Ladung auftrat und die elektrischen Feldlinien dadurch Anfang und Ende hatten, ist das beim magnetischen Feld anders. Magnetische Ladungen gibt es in diesem Sinne nicht. Die magnetischen Feldlinien oder besser **Kraftlinien** haben keinen Anfang und kein Ende, sondern bilden einen geschlossenen magnetischen Kreis. Aus Bild 45 ist das deutlich zu erkennen.



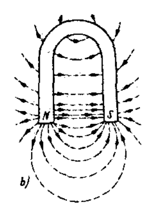


Bild 45
Magnetische Feldlinien
a) beim Stabmagneten,
b) beim Hufeisenmagneten

Die Kraftlinien verlaufen innerhalb des Magneten immer vom Südpol zum Nordpol und außerhalb des Magneten vom Nordpol zum Südpol.
Um wie beim elektrischen Feld auch beim magnetischen Feld zu meßbaren Größen zu kommen, hat man verschiedene magnetische Größen definiert. Entsprechend der elektrischen Feldstärke kennt man die magnetische Feldstärke H.

$$H = \frac{I \cdot w}{l}$$

Die magnetische Feldstärke von 1 A/cm herrscht damit in einer Spule, die auf 1 cm Spulenlänge eine Windung enthält und von einem Strom von 1 A durchflossen wird.

Das Produkt $I \cdot w$ bezeichnet man dabei als **magnetische Urspannung** Θ. Im magnetischen Kreis hängt der magnetische Fluß von der Stärke der magnetischen Erregung ab. Die Einheit der magnetischen Urspannung ist 1 A, da die Windungszahl w eine dimensionslose Zahl ist.

$$\Theta = I \cdot w$$

Eine bestimmte magnetische Urspannung erreicht man durch große Stromstärke I bei wenigen Windungen w oder durch kleinere Stromstärke bei einer größeren Windungszahl.
Ähnlich der Stromstärke in einem Stromkreis kennt man im magnetischen Kreis den Magnetfluß Φ. Das ist praktisch die Kraftlinienzahl in einem bestimmten Querschnitt F.

$$\Phi = B \cdot F$$

B ist die Magnetflußdichte oder magnetische Induktion, d. h. die Anzahl der auf 1 cm^2 entfallenden Kraftlinien.
Die Einheit des Magnetflusses ist

1 Volt · 1 Sekunde = 1 Vs.

Dabei ist 1 Vs = 1 Wb (Weber)
(Weber — deutscher Physiker, 1804—1891) oder

10^{-8} Vs = 10^{-8} Wb = 1 M (Maxwell)
(Maxwell — englischer Physiker, 1831—1879).

Die Einheit des Magnetflusses Φ ist demnach der Magnetfluß, der in einem Leiter in 1 Sekunde eine Spannung von 1 V induziert.

Für die magnetische Induktion

$$B = \frac{\Phi}{F}$$

ergibt sich demnach als Dimension

$$\frac{1\ \mathrm{Vs}}{\mathrm{cm}^2} = \frac{1\ \mathrm{Wb}}{\mathrm{cm}^2} = \frac{10^8\ \mathrm{M}}{\mathrm{cm}^2}.$$

In der praktischen Anwendung wird die magnetische Induktion in G (Gauß) gemessen, wobei

$$1\ \mathrm{G} = \frac{1\ \mathrm{M}}{\mathrm{cm}^2} = \frac{10^{-8}\ \mathrm{Vs}}{\mathrm{cm}^2} = \frac{10^{-8}\ \mathrm{Wb}}{\mathrm{cm}^2}\ \text{ist.}$$

Wie beim Stromkreis kann man für den magnetischen Kreis ein Ohmsches Gesetz aufstellen:

Stromkreis	magnetischer Kreis
$U = I \cdot R$	$\Theta = \Phi \cdot R_m$

Mit R_m bezeichnet man den magnetischen Widerstand.

$$R_m = \frac{I \cdot w}{\Phi} = \frac{\Theta}{\Phi}$$

Er hat die Dimension

$$1\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Vs}} = \frac{1}{\Omega \cdot \mathrm{s}} = \frac{1}{\mathrm{H}}\quad \text{(Henry)}$$

(Henry — amerikanischer Physiker, 1797—1878).

Will man den magnetischen Widerstand für linienhafte Leiter festlegen, so gilt analog wie beim Leitungswiderstand

$$R_m = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{F}.$$

Im Faktor $\frac{1}{\mu}$ sind die Eigenschaften des verwendeten Materials berücksichtigt. Man bezeichnet μ als die Permeabilität (magnetische Durchlässigkeit) des Leitermaterials. Wie beim elektrischen Feld (dort die Dielektrizitätskonstante ε) unterscheidet man zwischen der absoluten Permeabilität des Vakuums

$$\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{cm}} = 1{,}257 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{cm}}$$

und der relativen Permeabilität μ_r. Sie kennzeichnet die Material-

eigenschaften und ist eine dimensionslose Zahl. Die Permeabilität ist dann

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r .$$

Bei Luft ist die relative Permeabilität $\mu_r = 1$. Materialien, die dem Magnetfluß einen größeren Widerstand entgegensetzen als Luft, bezeichnet man als **diamagnetische** Materialien. Bei diesen ist μ_r kleiner als 1. Wird dem Magnetfluß ein kleinerer Widerstand entgegengesetzt als bei Luft, so bezeichnet man das Material als **paramagnetisch**. Hier ist μ_r größer als 1. Besonders gut den Magnetfluß leitende Materialien bezeichnet man als **ferromagnetisch.** Bei diesen ist μ_r wesentlich größer als 1.
Ein wichtiger Zusammenhang zwischen den Größen des magnetischen Feldes wird erkennbar, wenn man die Definitionsgleichung mit der Bemessungsgleichung für den magnetischen Widerstand gleichsetzt:

$$\frac{I \cdot w}{\Phi} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{F}$$

Durch Umformung erhält man

$$\frac{\Phi}{F} = \mu \cdot \frac{I \cdot w}{l}$$

oder $$B = \mu \cdot H .$$

Das heißt, bei konstanter Permeabilität μ ist die magnetische Induktion B direkt proportional der magnetischen Feldstärke H.

Die Eigenschaft eines Magneten, Eisenteile anzuziehen, wird in der modernen Technik vielseitig genutzt, z. B. bei Lautsprecher, Elektromagneten, Relais usw. Die dabei auf das Eisen ausgeübte Kraft ist

$$P = \left(\frac{B}{5000}\right)^2 \cdot F;$$

P = Zugkraft in kp, B = magnetische Induktion in G, F = wirksame Polfläche des Magneten in cm^2.
Damit sind für die Berechnung magnetischer Kreise alle notwendigen Gleichungen angegeben. Beispiele für die praktische Anwendung des zum magnetischen Feld Gesagten folgen in „Elektrotechnische Grundlagen, Teil II: Wechselstrom".

7. TABELLENANHANG

7.1 Tabelle für spezifischen Widerstand, spezifischen Leitwert, Temperaturkoeffizienten und elektrochemisches Äquivalent

Material	Spezifischer Widerstand ρ $\frac{Ohm \cdot mm^2}{m}$	Spezifischer Leitwert $\varkappa$ $\frac{m}{Ohm \cdot mm^2}$	Temperaturkoeffizient α 1/°C	Elektrochemisches Äquivalent α $\frac{mg}{As}$	Elektrochemisches Äquivalent α $\frac{g}{Ah}$
Aluminium	0,0287	34,8	0,004	0,0935	0,3354
Blei	0,21	4,8	0,00387	1,0718	3,8651
Eisen	0,13	7,7	0,0048	0,2908	1,0416
Gold	0,022	45,0	0,004	0,681	2,4522
Konstantan	0,50	2,0	0,000005	—	—
Kupfer	0,0175	57,0	0,0038	0,3294	1,186
Manganin	0,43	2,3	0,000004	—	—
Messing	0,074	13,5	0,0015	—	—
Neusilber	0,36	2,8	0,0003	—	—
Nickel	0,10	10,0	0,004	0,305	1,0958
Nickelin	0,30	3,3	0,0003	—	—
Platin	0,11	9,1	0,0039	0,5057	1,8208
Silber	0,0165	62,5	0,0038	1,118	4,0248
Wolfram	0,055	18,2	0,0048	—	—
Zink	0,06	16,6	0,004	0,338	1,2196
Zinn	0,13	7,7	0,0042	0,62	2,2141

7.2 Tabelle der relativen Dielektrizitätskonstanten einiger Isolierstoffe (Mittelwerte)

Stoff	Wert	Stoff	Wert
Vakuum, Luft	1,00	Frequenta	5,6
Papier, Paraffin	2,0	Zelluloid	5,9
Bernstein	2,2	Steatit	6,3
Trolitul	2,4	Glimmer	7,0
Preßspan	3,0	Tempa N	12,5
Hartgummi	3,5	Tempa S	14,0
Igelit	4,0	Condensa	40,0
Bakelit	4,5	Condensa F	65,0
Porzellan	4,5	Condensa C	80,0
Quarz	4,6	Epsilan 900	900,0
Pertinax	4,8	Epsilan 7000	7000,0
Calit	5,5		

7.3 Elektrochemische Spannungsreihe

Wasserstoff ± 0,00

	E in V		E in V
Kalium	— 2,92	Kupfer	+ 0,345
Kalzium	— 2,56	Arsen	+ 0,32
Aluminium	— 1,28	Wismut	+ 0,23
Mangan	— 1,07	Antimon	+ 0,20
Zink	— 0,76	Kohlenstoff	+ 0,75
Chrom	— 0,56	Quecksilber	+ 0,775
Eisen	— 0,44	Silber	+ 0,80
Kadmium	— 0,40	Platin	+ 0,86
Kobalt	— 0,29	Gold	+ 1,38
Nickel	— 0,25	Sauerstoff	+ 1,393
Zinn	— 0,14	Chlor	+ 1,40
Blei	— 0,13	Fluor	+ 2,00

(Einzelpotentiale der Elemente gegen die normale Wasserstoffelektrode)

7.4 Elektrothermische Spannungsreihe

Platin ± 0,00

	E in mV		E in mV
Wismut	— 7,70	Silber	+ 0,75
Konstantan	— 3,50	Kupfer	+ 0,75
Kobalt	— 1,75	Manganin	+ 0,70
Nickel	— 1,60	Iridium	+ 0,66
Quecksilber	— 0,05	Molybdän	+ 1,22
Wolfram	+ 0,75	Eisen	+ 1,85
Rhodium	+ 0,65	Chromnickel	+ 2,20

(Mittelwerte, bezogen auf Platin als Nullpunkt und auf 100 °C Temperaturunterschied)

7.5 Griechisches Alphabet

α, Α Alpha	β, Β Beta	γ, Γ Gamma	δ, Δ Delta	ε, Ε Epsilon	ζ, Ζ Zeta
η, Η Eta	ϑ, Θ Theta	ι, Ι Jota	ϰ, Κ Kappa	λ, Λ Lambda	μ, Μ My
ν, Ν Ny	ξ, Ξ Xi	ο, Ο Omikron	π, Π Pi	ρ, Ρ Rho	ς σ, Σ Sigma
τ, Τ Tau	υ, Υ Ypsilon	φ, Φ Phi	χ, Χ Chi	ψ, Ψ Psi	ω, Ω Omega


DMV



DEUTSCHER MILITÄRVERLAG